UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1990/91

Jun 1991

<u>MSG 473 - TEKNIK KUANTITATIF UNTUK PENGURUSAN II</u>

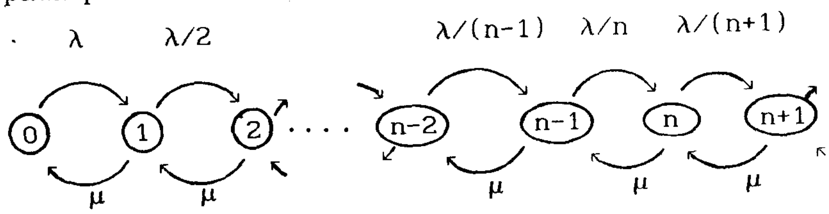
Masa : [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

Bahagian I :

1. Gambarajah kadar berikut mewakili suatu proses giliran yang berasaskan kepada proses lahir mati.

Keadaan sistem :



a) Jelaskan jenis sistem giliran itu.

b) Tunjukkan bahawa di dalam keadaan mantap,

$$P_n = \frac{\rho^n}{n!} e^{-\rho}, \text{ dengan } \rho = \frac{\lambda}{\mu} .$$

(P_n mewakili kebarangkalian sistem berkeadaan n)

c) Seterusnya, tunjukkan bahawa $L_q = \rho - 1 + e^{-\rho}$.

(L_q mewakili panjang barisan menunggu).

(50 markah)

2. Syarikat suratkhabar <u>The Starlet</u> mengadakan perkhidmatan talian sukan. Menerusi perkhidmatan ini, sesiapa sahaja yang berminat untuk mengetahui perkembangan terakhir sukan tanah air dan antarabangsa boleh menghubungi <u>The Starlet</u> melalui suatu nombor telefon khas yang disediakan. Seorang kerani, Cik Norrizah, telah ditugaskan melayani setiap panggilan yang tiba. Panggilan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 45 sejam. Purata masa melayan sesuatu panggilan ialah 1 minit dengan taburan masa sebenar mengikuti agihan eksponen.

.../2

Sekiranya sesuatu panggilan itu tiba semasa Cik Norrizah sedang sibuk (sibuk melayani panggilan lain), panggilan itu akan diletakkan di dalam status panggilan menunggu. Sebaik sahaja Cik Norrizah selesai melayani sesuatu panggilan, dia akan melayani pula panggilan lain yang paling lama berada di dalam status panggilan menunggu.

a) Berapakah peratusan masa sibuk Cik Norrizah?

b) Pada puratanya, berapa panggilankah yang berada di dalam status panggilan menunggu?

c) Pada puratanya, berapa lamakah sesuatu panggilan itu berada di dalam status panggilan menunggu?

d) Bagi sesuatu panggilan yang terpaksa menunggu, pada puratanya berapa lamakah panggilan itu terpaksa menunggu?

Katakan "switchboard" yang digunakan hanya mampu menampung 5 panggilan sahaja pada sesuatu masa (yakni, satu panggilan yang sedang dilayan dan empat lagi untuk menunggu). Sekiranya sesuatu panggilan itu tiba semasa kesemua 5 talian adalah penuh, panggilan itu akan mendapat isyarat sibuk. Andaikan bahawa pelanggan yang mendapat isyarat sibuk akan menghubungi syarikat suratkhabar yang lain untuk mendapatkan maklumat.

e) Berapakah peratusan masa sibuk Cik Norrizah sekarang?

f) Berapakah peratusan panggilan yang mendapat isyarat sibuk?

g) Berapakah bilangan purata talian telefon yang digunakan oleh talian sukan.

h) Berapakah masa purata sesuatu panggilan itu terpaksa menunggu.

(50 markah)

Bahagian II :

1. Sebuah kren digunakan untuk mengendalikan 4 buah mesin. Apabila sesebuah mesin itu selesai memproses muatannya, kren itu akan dipanggil untuk mengangkut muatan yang telah siap diproses itu dan kemudiannya memuatkan mesin itu dengan muatan yang baru yang diambil daripada tempat simpanan yang berdekatan. Masa memproses sesuatu muatan oleh mesin-mesin yang ada adalah eksponen dengan min 30 minit. Masa dari antara kren bergerak untuk memberi khidmat kepada sesebuah mesin sehingga muatan baru siap dimuatkan adalah eksponen dengan min 10 minit.

.../3

a) Tentukan peratusan masa bersenang kren itu.

b) Tentukan bilangan purata mesin yang sedang menunggu khidmat kren.

(30 markah)

2. Dua orang pegawai yang masing-masing pada puratanya berupaya mengendalikan 5 orang pelanggan sejam telah ditugaskan mengendalikan sebuah pejabat jualan tiket SIA. Masa layan sebenar mereka adalah mengikut agihan eksponen. Daripada data yang ada, didapati bahawa pelanggan tiba mengikut proses Poisson. Selagi bilangan pelanggan yang sedang menunggu adalah tidak melebihi seorang, kadar ketibaan ialah 10 orang sejam. Jika terdapat dua orang yang sedang menunggu, kadar ketibaan menyusut menjadi 5 orang sejam. Jika seseorang pelanggan tiba dan didapatinya terdapat 3 orang yang sedang menunggu, dia akan pergi ke tempat yang lain untuk membeli tiket.

a) Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem ini.

b) Tentukan kebarangkalian bahawa seseorang pelanggan yang tiba akan mendapati sekurang-kurangnya seorang pegawai sedang bersenang.

c) Tentukan bilangan jangkaan pelanggan yang sedang menunggu.

d) Berapakah masa purata seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu.

(40 markah)

3. Sebuah bengkel mempunyai sebuah kren. Peratusan masa bersenang kren itu ialah 25%. Daripada tinjauan, didapati bahawa min masa perkhidmatan kren ialah 10.5 minit, dengan varians 77.5 minit^2.

a) Tentukan min kadar panggilan untuk perkhidmatan kren itu.

b) Berapakah purata masa menunggu untuk perkhidmatan kren?

c) Jika min masa perkhidmatan disusutkan menjadi 8 minit, dengan varians 36 minit^2, berapakah purata masa menunggu untuk perkhidmatan kren itu?

(30 markah)

.../4

BAHAGIAN III

1. Sebuah pusat pelancongan dikendalikan oleh seorang pekerja dan dibuka dari pukul 9:00 pagi ke 5:00 petang. Masa layanan yang diperlukan oleh seseorang pelancong adalah berbeza mengikut taburan kebarangkalian berikut :

Masa Layanan (Min)	Kebarangkalian
3	15.6
4	28.7
5	36.2
6	19.5

Pelancong tiba di pusat pelancongan mengikut taburan kebarangkalian berikut :

Lat Ketibaan (Min)	Kebarangkalian
3	20.2
4	23.6
5	31.2
6	18.4
7	6.6

Simulasikan ketibaan 10 pelancong. Gunakan nombor rawak berikut untuk ketibaan

826, 058, 489, 643, 781, 321, 590, 187, 962

Gunakan nombor rawak berikut untuk layanan.

242, 318, 876, 408, 630, 027, 716, 203, 130, 297

Andaikan ketibaan pertama berlaku pada pukul 9:00 pagi.

Tentukan :

a) Purata masa menunggu setiap pelancong.
b) Peratusan masa pekerja sibuk (purata manfaat)
c) Purata bilangan pelancong dalam pusat pelancongan itu.
d) Kebarangkalian terdapat dua orang pelancong di pusat itu.

(40 markah)

2. Susan memiliki sebuah kedai gunting rambut. Dia bekerja bersama-sama seorang pembantu dari pukul 9:00 pagi hingga 5:00 petang selama lima hari seminggu. Tugas Susan ialah menggunting rambut dan tugas pembantunya ialah memberi perkhidmatan menggilap kuku.

Pelanggan-pelanggan boleh mendapatkan perkhidmatan menggilap kuku sebelum, semasa dan selepas selesai menggunting rambut. Susan ingin mengetahui sama ada dia patut mendapatkan lebih pembantu. Dia juga ingin menukarkan corak perkhidmatannya kepada corak yang memberikan keutamaan kepada pelanggan yang ingin menggunting rambut sahaja. Keutamaan ini dimaksudkan bahawa sekiranya terdapat beberapa pelanggan yang sedang menunggu, pelanggan yang ingin menggunting rambut sahaja akan dilayan dahulu. Masa untuk menggilap kuku bertaburan seragam dalam julat 14 ± 5 minit. Masa untuk menggunting juga bertaburan seragam dalam julat 16 ± 4 minit. Ketibaan pelanggan bertaburan Poisson dengan purata empat orang sejam.

Berikan pengaturcaraan GPSS bagi model ini berserta komen bagi blok-blok yang digunakan.

<u>Lampiran</u> : Fungsi bagi taburan eksponen

```
XPDIS     FUNCTION     RN1,C24

0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,915/.7,1.2/.75,1.38
.8,1.6/.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99
.96,3.2/.97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8
```

(60 markah)

- ooo000ooo -

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n \qquad \text{untuk} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad , \qquad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s :

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1 - \rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika} \quad 0 \leq n \leq s \\[2ex] \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\ s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika} \quad n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!\ (1 - \rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \qquad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0\, s\mu\, (\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)}\; e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \quad \text{jika} \quad 0 \le n \le s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \quad \text{jika} \quad s \le n \le M \\ 0 & , \quad \text{jika} \quad n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n\binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n\binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M - L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M - L)}$$

4. M/G/1 :

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \qquad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \; \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \; \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \dfrac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1 - (k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1 - P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \qquad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-s}\ s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\ \dfrac{1 - \left(\dfrac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \lambda/s\mu}\right]^{-1} & (\lambda/s\mu \neq 1) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!}(k - s + 1)\right]^{-1} & (\lambda/s\mu = 1) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k - s + 1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \qquad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n/n!}{\sum_{i=0}^{s} \left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^i \Big/ i!} \qquad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s/s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i/i!} \qquad (\rho = \lambda/s\mu)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \qquad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \qquad W = \frac{1}{\mu}$$

10. <u>Layanan Berkeadaan</u>

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1,\ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0 \frac{\rho_1[1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}[k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2}$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_o \qquad \text{bagi} \quad n = 1,2,\ldots,M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_o]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_o)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \qquad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M - L)$$