

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April

MSG465 - Analisis Siri Masa

Masa : [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Andainya diberi siri masa x_1, x_2, \dots, x_N yang terjana oleh suatu proses stokastik $\{X_t\}$. Nyatakan langkah-langkah yang boleh dilakukan untuk mentahkikkan bahawa
- (i) $\{X_t\}$ ialah proses rawak tulen yang tertabur normal piawai.
 - (ii) $\{X_t\}$ ialah proses autoregresi peringkat pertama yang pegun.

(60/100)

- (b) Suatu proses AR(2) diberikan oleh persamaan

$$X_t = X_{t-1} - 0.25 X_{t-2} + Z_t.$$

Tuliskan persamaan cirian bagi $\{X_t\}$ dan gunakannya untuk menentukan kepegunan proses tersebut.

(40/100)

.../2

2. (a) Pertimbangkan proses autoregresi peringkat p atau $AR(p)$ yang pegun yang diberikan sebagai

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t$$

$\{Z_t\}$ suatu proses hinggar putih yang mempunyai min 0 dan varians 1.

- (i) Cari min bagi $\{X_t\}$.
- (ii) Tunjukkan bahawa fungsi autokovarians $\{\gamma_k\}$ bagi $\{X_t\}$ diberikan oleh persamaan berikut:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + \delta_{k,0}$$

dan seterusnya tunjukkan bahawa varians bagi $\{X_t\}$ ialah

$$\sigma_X^2 = (1 - \phi_1 \rho_1 - \phi_2 \rho_2 - \dots - \phi_p \rho_p)^{-1}.$$

[Bagi tujuan ini anda boleh menganggap C bersamaan 0 kerana ini tidak akan menukar fungsi autokovarians].

- (iii) Nyatakan syarat kepegunan bagi proses $\{X_t\}$.

(50/100)

- (b) Andaikan $\{U_t\}$ dan $\{V_t\}$ ialah proses-proses $AR(1)$ seperti berikut:

$$(1 - \alpha B)U_t = a_t \quad \text{dan} \quad (1 - \beta B)V_t = b_t$$

$\{a_t\}, \{b_t\}$ proses-proses hinggar putih yang tak bersandar, masing-masing mempunyai taburan $N(0, \sigma_a^2), N(0, \sigma_b^2)$.

- (i) Dengan menggunakan operasi anjak belakang B , tunjukkan bahawa

$$X_t = U_t + V_t$$

ialah proses ARMA (2, 1) yang diberikan oleh

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)X_t = (1 + \theta B) c_t$$

$\{c_t\}$ suatu proses hinggar putih.

- (ii) Cari nilai ϕ_1, ϕ_2 dalam sebutan α dan β .
- (iii) Cari taburan bagi $\{c_t\}$ dan nyatakan varians bagi $\{c_t\}$ dalam sebutan σ_a^2 dan σ_b^2 .

(50/100)

.../3

3. (a) Pertimbangkan model berdaraban bermusim ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)_s$,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - \Phi_1 B^s) X_t = (1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s})(1 + \theta_1 B) Z_t.$$

- (i) Berikan nilai-nilai p, d, q, P, D dan Q .
- (ii) Nyatakan syarat-syarat ke atas parameter-parameter di dalam model supaya siri pegun dan tersongsangkan.
- (iii) Cari $\hat{X}_N(2)$ apabila $s = 12$.

(40/100)

(b) Bagi proses ARMA (1, 1) fungsi autokovarians $\{\gamma_k\}$ diberikan seperti berikut:

$$\gamma_0 = \sigma_z^2 \frac{(1 + 2\phi\theta + \theta^2)}{(1 - \phi^2)},$$

$$\gamma_k = \sigma_z^2 \frac{(\phi + \theta)(1 + \phi\theta)}{(1 - \phi^2)} \phi^{k-1}, \quad k \geq 1.$$

- (i) Cari fungsi autokorelasi $\{\rho_k\}$ bagi proses MA(1).
- (ii) Transform Fourier bagi fungsi autokovarians diberikan oleh fungsi ketumpatan spektrum $f(\omega)$ seperti berikut:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos \omega k \right].$$

Tuliskan fungsi ketumpatan spektrum ternormal $f^*(\omega)$.

- (iii) Cari fungsi ketumpatan spektrum ternormal bagi proses MA(1) yang diberikan oleh persamaan

$$X_t = 0.5 Z_{t-1} + Z_t.$$

(60/100)

.../4

4. (a) Nyatakan peringkat-peringkat dalam pendekatan lalaran Box-Jenkins terhadap pembinaan model.

(20/100)

- (b) Terangkan dengan ringkas berbagai penyemakan diagnostik yang boleh dilakukan untuk menguji kesesuaian model tentatif yang dipilih.

(50/100)

- (c) Suatu siri masa disuaikan dengan model AR(1) seperti berikut:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t'$$

Plot \hat{z}'_t lawan \hat{z}'_{t-1} menunjukkan wujudnya korelasi antara keduanya dan ini disahkan oleh nilai $r_1(\hat{z}'_t) = 0.53$. Plot \hat{z}'_t lawan x_{t-2} juga menunjukkan kebersandaran yang bererti. Gunakan maklumat ini untuk merumus semula model.

(30/100)

- oo0oo -