

Mac/April 1991

MSG 465 - Analisis Siri Masa

Masa: [3 jam]

Jawab semua soalan.

1. (a) Berikan takrif lengkap bagi kepegunan sesuatu proses stokastik $\{X_t\}$.

Andaikan diberi suatu siri masa $\{X_t\}$, nyatakan cara-cara bagi menentukan kepegunannya.

(30/100)

- (b) Biarkan $\{X_t\}$ menandakan suatu proses pegun dengan fungsi autokovarians $\{\gamma_k\}$ dan biarkan $a_1, a_2, \dots, a_m, m \geq 1$ sebagai pemalar.

- (i) Tunjukkan bahawa proses $\{Y_t\}$ yang diberikan oleh

$$Y_t = \sum_{j=1}^m a_j X_{t-j}$$

adalah pegun.

- (ii) Ungkapkan min dan fungsi autokovarians bagi $\{Y_t\}$ dalam sebutan min dan autokovarians bagi $\{X_t\}$.

- (iii) Jika $\{X_t\}$ ialah proses MA(q), nyatakan jenis proses $\{Y_t\}$.

(40/100)

- (c) Suatu proses diberikan seperti berikut:

$$X_t = X_{t-1} + \phi X_{t-2} - \phi X_{t-3} + Z_t.$$

- (i) Tuliskan persamaan cirian bagi proses di atas dan gunakanya bagi menunjukkan bahawa proses yang diberikan adalah tidak pegun bagi sebarang nilai ϕ .

- (ii) Terbitkan suatu proses pegun daripada proses yang diberikan.

(30/100)

2. (a) Setiap model ARIMA (p, d, q) boleh ditulis dengan menggunakan tatatanda operasi anjak ke belakang B seperti berikut:

$$\phi_p(B)(1-B)^d X_t = \theta_q(B)Z_t,$$

dengan $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

dan $\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$.

Tulis yang berikut dengan menggunakan tatatanda B:

(i) $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + Z_t + \theta_1 Z_{t-1}$

(ii) $X_t = X_{t-1} + \phi_1 (X_{t-1} - X_{t-2}) + \phi_2 (X_{t-2} - X_{t-3}) + Z_t$

(iii) $X_t = 2X_{t-1} - X_{t-2} + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + Z_t$

(35/100)

- (b) Tentukan kepegunan dan ketersongsangan setiap model ARIMA berikut:

(i) $(1 - 1.6B + 0.6B^2)X_t = (1 - B + 0.24B^2)Z_t$

(ii) $(1 - 1.1B)(1 - 0.5B)X_t = (1 - 1.1B)Z_t$

(25/100)

- (c) (i) Tunjukkan bahawa model ARIMA (2, 1) yang diberikan oleh

$$(1 - 1.3B + 0.4B^2)X_t = (1 - 0.5B)Z_t$$

adalah bersamaan dengan model AR(1)

$$(1 - \phi_1 B)X_t = Z_t$$

dan berikan nilai ϕ_1 .

- (ii) Seterusnya tunjukkan secara am bahawa bagi proses ARMA (2, 1) yang diberikan oleh

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)X_t = (1 - \theta_1 B)Z_t$$

dengan λ_1 dan λ_2 sebagai punca persamaan cirian $\phi(z) = 0$, proses menghampiri proses AR(1) apabila

$$\lambda_1 \theta_1 \approx 1 \quad \text{atau} \quad \lambda_2 \theta_1 \approx 1 .$$

(40/100)

3. (a) Suatu siri masa yang terdiri daripada 100 cerapan disuaikan dengan model AR(2) yang diberikan oleh

$$X_t = 0.6 X_{t-1} - 0.08 X_{t-2} + Z_t .$$

- (i) Jika $x_{100} = 0.9$, $x_{99} = 1.5$ dan $\hat{\sigma}_Z^2 = 1.2$, cari $\hat{x}_{100}(1)$ dan $\hat{x}_{100}(2)$ dan selang keyakinan 95% bagi X_{101} dan X_{102} .

- (ii) Jika $x_{101} = 1$, gunakan rumus kemaskini

$$\hat{x}_N(1) = \hat{x}_{N-1}(1) + \alpha_1 [x_N - \hat{x}_{N-1}(1)]$$

untuk mengemaskinkan telahan bagi X_{102} .

(50/100)

- (b) Diberi model ARMA (1, 1)

$$\nabla X_t = (1 - \theta_1 B)Z_t,$$

- (i) terbitkan rumus penelahan purata bergerak berpemberat secara eksponen (EWMA)

$$\hat{x}_N(1) = \hat{x}_{N-1}(1) + \lambda [x_N - \hat{x}_{N-1}(1)]$$

dengan $\lambda = 1 - \theta_1$,

- (ii) anggarkan $\hat{x}_{N-1}(1)$ dan kemudian cari $\hat{x}_N(1)$, apabila diberi $x_{N-4} = 460$, $x_{N-3} = 457$, $x_{N-2} = 452$, $x_{N-1} = 459$, $x_N = 462$ dan $\lambda = 0.9$.

(50/100)

4. (a) Suatu siri masa disuaikan dengan 3 model ARMA yang berlainan. Bagi setiap model, anggaran parameter dan selang keyakinan 95% baginya serta hasil tambah kuasa dua reja diberikan dalam jadual berikut:

Model	Parameter	Selang keyakinan 95%	Hasil tambah kuasa dua reja
ARMA (1, 0)	$\hat{\phi}_1 = 0.81$ $\hat{\mu} = 42.99$	(0.72, 0.9) (27.09, 58.89)	71688.6
ARMA (2, 0)	$\hat{\phi}_1 = 1.34$ $\hat{\phi}_2 = -0.65$ $\hat{\mu} = 44.39$	(1.23, 1.45) (-0.76, -0.54) (37.08, 51.7)	41311.8
ARMA (2, 1)	$\hat{\phi}_1 = 1.42$ $\hat{\phi}_2 = -0.72$ $\hat{\theta}_1 = 0.15$ $\hat{\mu} = 44.52$	(1.26, 1.58) (-0.86, -0.58) (-0.07, 0.37) (37.94, 51.1)	40879.0

Berdasarkan maklumat di atas sahaja, cadangkan model yang akan anda pilih dan beri justifikasi anda.

(30/100)

- (b) Berdasarkan fungsi autokorelasi sampel dan fungsi autokorelasi separa sampel bagi suatu siri masa, model AR(1),

$$(1 - \phi_1 B)(X_t - \mu) = Z_t$$

dipilih sebagai model tentatif. Di peringkat penyemakan diagnostik, didapati nilai autokorelasi bagi reja $r_k(\hat{z})$ adalah bererti pada susulan kedua dengan nilai-t yang bersamaan dengan 2.46.

Cadangkan model/model-model tentatif yang baru bagi siri masa tersebut.

(30/100)

(MSG465)

- (c) Huraikan dengan ringkas beberapa penyemakan diagnostik yang boleh dilakukan bagi menentukan sama ada model yang disuaikan adalah memadai secara statistik.

(40/100)

- ooo00ooo -