

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

MSG441 - Pengiraan Kejuruteraan II

Masa: [3 jam]

---

Jawab EMPAT soalan.

1. [a] Takrifkan yang berikut

- [i] masalah nilai awal tak linear;
- [ii] masalah nilai sempadan linear;
- [iii] masalah nilai sempadan tak linear;
- [iv] masalah nilai eigen

bagi persamaan pembezaan biasa peringkat dua. Berikan satu contoh untuk setiap kes.

[b] Bincangkan secara terperinci *Kaedah Tembak* untuk menyelesaikan masalah-masalah nilai sempadan linear dan tak linear.

Terangkan bagaimana anda dapat menyelesaikan secara berangka masalah-masalah berikut dengan menggunakan kaedah tembak:

[i] 
$$y'' + xy' - (\sin x)y = 0$$

$$y(0) = 0, y(1) = 1$$

[ii] 
$$f'''' + ff'' + \beta[1 - (f')^2] = 0$$

$$f(0) = f'(0) = 0$$

$$f'(\infty) = 1$$

$\beta$  adalah suatu parameter.

(100/100)

.../2

2. [a] Takrifkan *penjelmaan keserupaan* bagi matriks-matriks. Buktikan bahawa matriks-matriks serupa mempunyai nilai eigen yang sama.

[b] Terangkan apakah *penurunan Householder* dan peranannya di dalam pengiraan nilai eigen matriks.

[c] Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

tentukan selang-selang yang mengandungi nilai-nilai eigen. Gunakan jujukan Sturm untuk menentukan salah satu nilai eigen ini. Jalankan sekurang-kurangnya dua lelaran.

[Jujukan Sturm:

$$p_1(\lambda) = 1, \quad p_2(\lambda) = h_{11} - \lambda,$$

$$p_{r+1}(\lambda) = (h_{rr} - \lambda)p_r(\lambda) - h_{r,r-1}^2 p_{r-1}(\lambda),$$

$$r = 2, 3, \dots, n ]$$

(100/100)

3. [a] Gunakan penghampiran beza pusat untuk mendapatkan molekul pengiraan bagi sebutan  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ .

[b] Pertimbangkan persamaan:

$$(x+1)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (y+1)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - u = 1,$$

di dalam  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  dengan syarat-syarat sempadan  $u(0,y)=y, u(1,y)=y^2, u(x,0)=0, u(x,1)=1$ . Gunakan  $\Delta x = \Delta y = 1/3$  untuk mendapatkan sistem persamaan bagi penghampiran beza sehingga masalah ini.

[c] Terangkan kaedah A.D.I. termasuk sifat-sifat, kekuatan dan kelemahannya. Gunakan persamaan Poisson sebagai suatu contoh.

(100/100)

4. [a] Terangkan konsep *penumpuan* dan *kestabilan* seperti yang digunakan dalam penyelesaian berangka bagi persamaan haba

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\kappa}{c\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Jika kaedah tak tersirat digunakan dan algoritma yang berkenaan ditulis di dalam bentuk

$$u^{j+1} = Au^j$$

dengan  $u$  sebagai suatu vektor yang berdimensi  $N$ , dapatkan matriks  $A$ .

Diberikan bahawa nilai-nilai eigen matriks  $A$  adalah

$$1 - 4r \sin^2 \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

dengan  $r = \frac{\kappa \Delta t}{c\rho(\Delta x)^2}$ , buktikan bahawa skema tak tersirat ini stabil jika  $r \leq 0.5$ .

- [b] Terangkan dengan ringkas kaedah *Crank-Nicolson*.

- [c] Pertimbangkan skema beza terhingga berikut

$$\frac{\kappa \Delta t}{c\rho(\Delta x)^2} \left\{ u_{i+1}^j - \left[ u_i^{j+1} + u_i^{j-1} \right] + u_{i-1}^j \right\} = \frac{u_1^{j+1} - u_1^{j-1}}{2}$$

bagi persamaan haba di atas. Bincangkan sifat-sifat yang anda dapat perhatikan berkenaan dengannya.

(100/100)

5. [a] Terangkan secara ringkas bagaimana persamaan pembezaan separa dikelaskan ke dalam tiga jenis (iaitu parabolik, dll).

Apakah jenis masalah (iaitu masalah nilai sempadan, dll) yang biasanya timbul bagi setiap jenis di atas?

Berikan contoh-contoh di dalam perbincangan anda.

Takrifkan sebutan *cirian*. Apakah perhubungan di antara bilangan cirian dan jenis persamaan pembezaan separa?

.../4

[b] Pertimbangkan masalah

$$u_{xx} + (u_x - u)u_{xt} - uu_x u_{tt} + x = 0$$

$$u = 1 + x^2, \quad u_t = 1 \quad \text{pada } t = 0 \text{ dan } -\infty < x < \infty.$$

Jika  $p = u_x$  dan  $q = u_t$ , buktikan bahawa

$$p dp - up dq + x dt = 0$$

di sepanjang cirian dengan kecerunan  $p$  dan

$$-u dp - up dq + x dt = 0$$

di sepanjang cirian dengan kecerunan  $-u$ .

Dapatkan hampiran pertama bagi koordinat-koordinat titik jaringan cirian pertama  $R(x_R, t_R)$  di antara titik-titik  $A(0.5, 0)$  dan  $B(0.6, 0)$ . Berikan persamaan-persamaan untuk hampiran pertama bagi nilai-nilai  $p$  dan  $q$  pada  $R$  tetapi jangan selesaikan persamaan-persamaan ini. Terangkan bagaimana nilai hampiran pertama untuk  $u$  pada titik  $R$  diperolehi.

Diberikan bahawa nilai-nilai hampiran pertama untuk  $u$ ,  $p$  dan  $q$  pada  $R$  adalah

$$u_R^{(1)} = 1.3711, \quad p_R^{(1)} = 1.1009, \quad \text{dan } q_R^{(1)} = 1.1038$$

kirakan nilai hampiran kedua untuk koordinat-koordinat  $R$ .

(100/100)