

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang 1989/90

Mac/April 1990

MSG345 - Teknik-Teknik Interpolasi dan Penghampiran untuk CAD/CAM

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) B ialah satu ruang linear ternorma. Jika $V \in B$, huraikan sifat-sifat norma $\|V\|$.

(20/100)

- (b) Jika $X = (X_1, X_2, \dots, X_m) \in R^m$, takrifkan norma- L_p $\|X\|_p$ bagi kes $p = 1, 2$ dan ∞ . Jika $X = (0, -5, 8, -12)$, cari nilai $\|X\|_1$, $\|X\|_2$ dan $\|X\|_\infty$.

(20/100)

- (c) Jika $V = (x, y) \in R^2$, lakarkan lokus bagi $\|V\|_1 = 9$, $\|V\|_2 = 9$ dan $\|V\|_\infty = 9$.

(30/100)

- (d) Jika $f \in C[a, b]$, takrifkan $\|f\|_p$. Jika $f \in C[0, 2]$ dan $f(x) = 1 - x$, cari nilai $\|f\|_p$, p terhingga.

(30/100)

2. (a) (i) Diberi $(n + 1)$ titik (x_i, f_i) , $i = 0, 1, \dots, n$ di mana $f_i = f(x_i)$. Takrifkan polinomial penginterpolasi Lagrange $P_n(x)$ berdarjah n . Beri ungkapan bagi ralat $e(x) = f(x) - P_n(x)$.

(20/100)

- (ii) Jika $P_2(x)$ ialah polinomial penginterpolasi berdarjah 2 bagi tiga titik $(0, 0)$, $(2, 8)$, $(3, 27)$ pada $f(x) = x^3$, tulis ungkapan bagi $P_2(x)$ dan cari nilai $P_2(1)$. Cari nilai

$$\max_{0 \leq x \leq 3} |f(x) - P_2(x)|.$$

(20/100)

- (b) (i) Diberi $a \leq x_0 < x_1 < x_2 < x_3 \leq b$, takrifkan beza terbahagi berperingkat 0, 1, 2 dan 3 iaitu $f[x_0]$, $f[x_1, x_0]$, $f[x_2, x_1, x_0]$ dan $f[x_3, x_2, x_1, x_0]$.

(10/100)

- (ii) Jika $f(x) = x^3$, binakan jadual beza terbahagi bagi $f(x)$ untuk $x = 0, 2, 3, 4$ hingga peringkat 3. $P_2(x)$ ialah polinomial penginterpolasi berdarjah 2 bentuk Newton. Gunakan $P_2(x)$ untuk menganggar nilai $f(1)$.

(30/100)

- (c) Diberi 5 titik berikut: $(-1, -8.2)$, $(0, -5.4)$, $(1, -1.8)$, $(2, 0.7)$, $(3, 4.3)$, cari polinomial kuasa dua terkecil berdarjah satu bagi 5 titik itu.

(20/100)

3. (a) $N_{i,n}(x)$ ialah B-spline berdarjah n . Takrifkan $N_{i,0}(x)$ dan lukis grafnya. Gunakan rumus rekursi yang berikut untuk mencari rumus bagi $N_{i,1}(x)$ dan $N_{i,2}(x)$:

$$N_{i,m}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+m} - x_i} N_{i,m-1}(x) + \frac{x_{i+m+1} - x}{x_{i+m+1} - x_{i+1}} N_{i+1,m-1}(x).$$

Lakarkan graf bagi $N_{i,1}(x)$ dan $N_{i,2}(x)$.

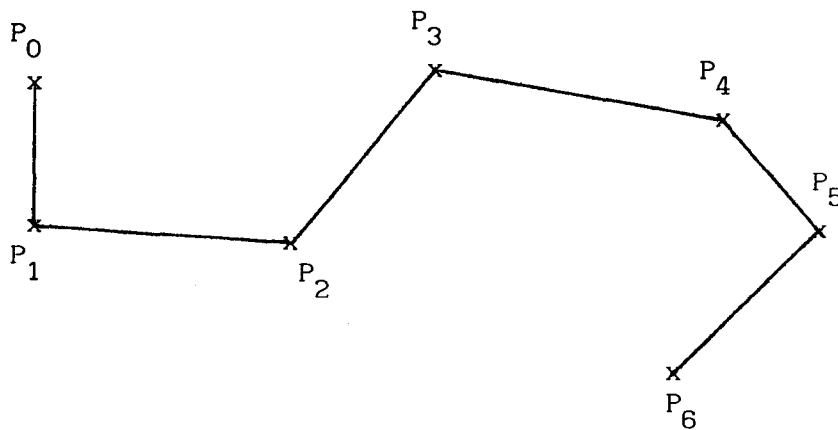
(30/100)

.../3

- (b) $M_2(u - i)$, $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ ialah B-spline seragam berdarjah 2 dan P_i , $i = 0, 1, 2, \dots$, ialah titik kawalan. Huraikan kaedah Chaikin untuk menjanakan lengkung bagi

$$P(t) = \sum_{i=0}^m P_i M_2(t - i). \text{Gunakan kaedah Chaikin untuk menjanakan}$$

$$\text{lengkung } P(t) = \sum_{i=0}^6 P_i M_2(t - i) \text{ bagi Rajah 1.}$$



Rajah 1

(40/100)

- (c) Lengkung $Q(u)$ ditakrif seperti berikut:

$$Q(u) = \begin{cases} Q_1(u) & u \leq u_* \\ Q_2(u) & u > u_* \end{cases}$$

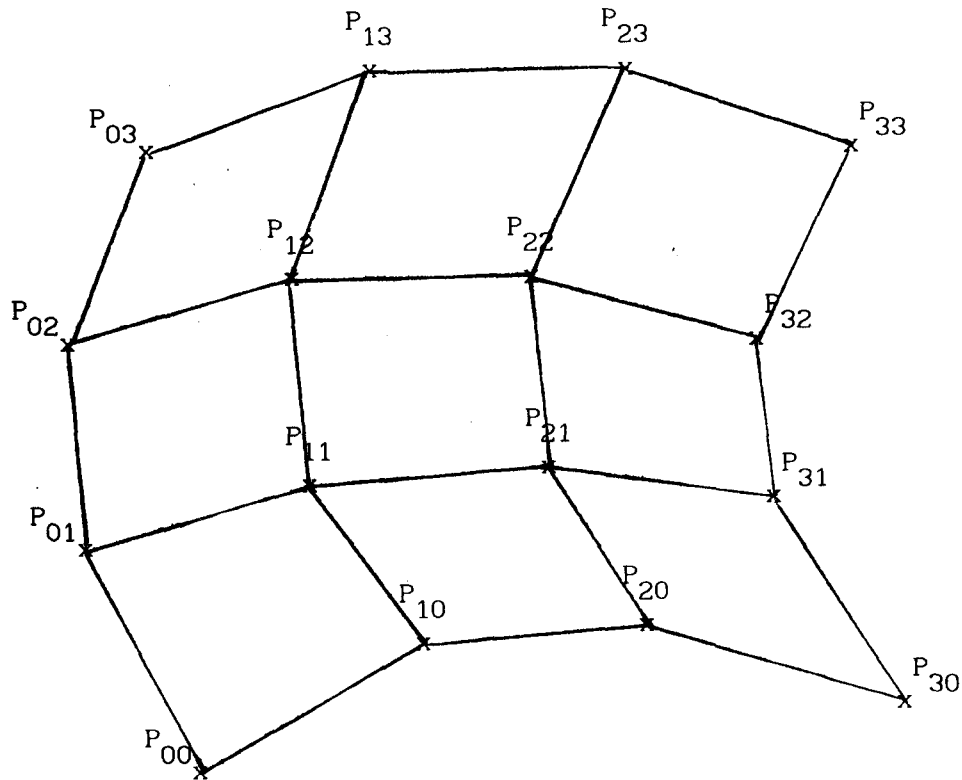
Jelaskan:

- (i) $Q(u)$ mempunyai keselanjaran berparameter C^2 pada $u = u_*$.
(ii) $Q(u)$ mempunyai keselanjaran geometri G^2 pada $u = u_*$.

(30/100)

.../4

4.



P_{ij} , $i, j = 0, 1, 2, 3$ adalah 16 titik kawalan. Permukaan $S_n(u, v)$ berdarjah n ditakrif seperti berikut:

$$S_n(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} M_n(u-i) M_n(v-j)$$

di mana $M_n(u-k)$ ialah B-spline seragam berdarjah n . Huraikan kaedah untuk menjanakan permukaan $S_1(u, v)$ dan $S_2(u, v)$.

(100/100)

- ooo00ooo -