UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

MSG 345 - Teknik Interpolasi dan Penghampiran untuk CAD/CAM

Masa : [3 jam]

Jawab semua soalan.

1. (a) Terangkan perbezaan di antara kaedah interpolasi dan kaedah penghampiran untuk merekabentuk lengkung dan permukaan.

(15/100)

(b) Bagi n = 0, 1, ..., kita takrifkan B-spline seragam berdarjah n sebagai

$$M_{n+1}(t) = \frac{1}{n!} \sum_{i=0}^{n+1} (-1)^i \binom{n+1}{i} (t-i)_+^n , \quad t \in \mathbb{R}$$

di mana $\binom{n+1}{i} = \frac{(n+1)!}{(n+1-i)!\,i!}$ dan $(t-i)_+^n = \begin{cases} (t-i)^n , & \forall t \geq i \\ 0 , & \forall t < i \end{cases}$

Tuliskan ungkapan untuk $M_4(t)$.

(30/100)

(c) Lengkung Bezier nisbah kubik boleh diungkapkan di dalam bentuk

$$r(t) = \frac{\alpha(1-t)^3 + (1-t)^2 tB + (1-t)t^2 C + \beta t^3 D}{\alpha(1-t)^3 + (1-t)^2 t + (1-t)t^2 + \beta t^3}$$

bagi $0 \leq t \leq 1$, α, $\beta > 0$ dan A, B, C, D sebagai titik kawalan.

(i) Tunjukkan r(t) terletak di dalam hul cembung A, B, C, D.

(ii) Terangkan mengenai peranan α dan β.

.../2

(iii) Jika K adalah kurvatur pada $t = 0$, maka α boleh dihitung sebagai

$$\alpha = \frac{K|B-A|}{2[(B-A) \times (C-B)]} .$$

Terangkan mengapa A, B, C mesti bukan kolinear.

(30/100)

(d) Terangkan secara ringkas mengenai Algoritma Chaikin. Lakarkan perlaksanaannya.

(25/100)

2. (a) Terangkan perbezaan di antara B-splines and β-splines.

(15/100)

(b) Katakan knot $\hat{x}$ merupakan penghalusan knot x bagi B-splines. Kita takrifkan $\alpha_{n,i}(j)$ sebagai B-spline diskret di dalam perlaksanaan Algoritma Oslo dan mempunyai sifat bahawa $\alpha_{n,i}(j) = 0$ untuk semua j yang memenuhi $\hat{x}_j < x_i$ atau $\hat{x}_{j+n-1} \geq x_{i+n}$. Jika $x_\mu \leq \hat{x}_j < x_{\mu+1}$, maka tunjukkan bahawa

$$\alpha_{n,i}(j) = 0 \qquad \forall\ i \notin \{\mu-n+1, \ldots, \mu\} .$$

(30/100)

(c) Di dalam kaedah interpolasi pengekalan corak titik I_i, $i = 0, \ldots, n$, kecerunan T_i pada I_i diberikan sebagai

$$T_i = a_i(I_i - I_{i-1}) + b_i(I_{i+1} - I_i)$$

di mana $a_i, b_i > 0$. Jika kita takrifkan

$$R_i = (I_i - I_{i-1}) \times (I_{i+1} - I_i) ,$$

terangkan sebab kita memilih

$$a_i = |R_{i+1}| \quad \text{dan} \quad b_i = |R_{i-1}| .$$

(25/100)

(d) Katakan $P(t)$ merupakan polinomial yang menginterpolasi V_i, $i = 0, \ldots n$ yakni $P(t_i) = V_i$ bagi $t \in \{t_0, \ldots, t_n\}$. Lakarkan perlaksanaan Algoritma Aitken untuk polinomial kubik.

(30/100)

3. (a) Katakan diberi data (x_i, y_i), $i = 1, \ldots, n$ yang mana $x_i < x_{i+1}$, dan kita takrifkan d_i, $i = 1, \ldots, n$ sebagai terbitan pertama pada x_i. Fungsi $S(x) \in C'[x_1, x_n]$ menepati

$$S(x_i) = y_i \quad \text{dan } S'(x_i) = d_i .$$

Katakan pada selang $[x_i, x_{i+1}]$, $S(x) = S_i(x)$ ditakrifkan oleh

$$S_i(x) = \frac{(1-\theta)^3 y_i + \theta(1-\theta)^2(r_i y_i + h_i d_i) + \theta^2(1-\theta)(r_i y_{i+1} - h_i d_{i+1}) + \theta^3 y_{i+1}}{1 + (r_i - 3)\theta(1-\theta)}$$

di mana

$$\theta = \frac{(x - x_i)}{h_i}, \quad h_i = (x_{i+1} - x_i), \quad r_i > -1 .$$

(i) Bincangkan secara ringkas bagaimana $S(x)$ memenuhi syarat C^2 pada x_i.

(ii) Tunjukkan bahawa apabila $r_i \to \infty$, $S_i(x)$ ialah garislurus.

(40/100)

...../4

(b) Kita takrifkan permukaan segitiga Bezier berdarjah n sebagai

$$P(u,v,w) = \sum_{i+j+k=n} T_{i,j,k}\, B^n_{i,j,k}(u,v,w)$$

di mana u, v, w adalah koordinat baripusat $u+v+w = 1$, $u,v,w \geq 0$, dan

$$B^n_{i,j,k}(u,v,w) = \frac{n!}{i!\,j!\,k!}\, u^i v^j w^k$$

$T_{i,j,k}$ adalah titik kawalan.

(i) Tunjukkan bahawa

$$B^n_{i,j,k}(u,v,w) = uB^{n-1}_{i-1,j,k}(u,v,w) + vB^{n-1}_{i,j-1,k}(u,v,w) + wB^{n-1}_{i,j,k-1}(u,v,w)$$

(ii) Bincangkan bagaimana Algoritma de Casteljau digunakan untuk menjana permukaan tersebut.

(30/100)

(c) Bincangkan bagaimana kita dapat membina permukaan C' dari data yang berselerak.

(30/100)

- oooOooo -