UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

Oktober/November 1989

MSG343 - Geometri Berkomputer

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jika T menandakan vektor unit tangen, N vektor unit normal dan κ kurvatur, maka tentukan κ dan N bagi persamaan heliks

$$\underline{r} = a \text{ kos } \theta\, \underline{i} + a \sin \theta\, \underline{j} + b\theta\, \underline{k}$$

{Petunjuk: $\frac{dT}{dS} = \kappa N$, yang mana S ialah panjang lengkok}

(15/100)

(b) Tunjukkan apabila objek $\underline{r} = (x, y, z)$ diputarkan mengelilingi paksi x sebanyak α (lawan jam), maka matriks putaran diberikan oleh

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{kos } \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \text{kos } \alpha \end{bmatrix}$$

(30/100)

(c) Bincangkan mengenai unjuran orthografik dan perspektif.

(20/100)

(d) Bentuk aljabar bagi lengkung berparameter ditulis sebagai

$$\underline{r}(u) = \underline{a}_3 u^3 + \underline{a}_2 u^2 + \underline{a}_1 u + \underline{a}_0$$

dimana

$$\underline{r}(u) = [x(u),\ y(u),\ z(u)]\ ,$$
$$\underline{a}_j = [a_{1j},\ a_{2j},\ a_{3j}]\ .$$

Persamaan di atas boleh ditulis di dalam bentuk geometrik sebagai

$$\underline{r}(u) = F_1(u)\underline{r}(0) + F_2(u)\underline{r}(1) + F_3(u)\dot{\underline{r}}(0) + F_4(u)\dot{\underline{r}}(1)$$

di mana $\dot{\underline{r}}$ mewakili $\frac{d\underset{\sim}{r}}{du}$. Dapatkan fungsi-fungsi pengadun $F_1(u)$, $F_2(u)$, $F_3(u)$ dan $F_4(u)$.

(35/100)

2. (a) Terangkan bagaimana persamaan berparameter digunakan untuk perwakilan lengkung dan permukaan. Terangkan juga bagaimana lengkung dan pemukaan tersebut diplot.

(15/100)

(b) Bincangkan mengenai kaedah Coons untuk merekabentuk permukaan kubik.

(15/100)

(c) Kita takrifkan lengkung Bezier sebagai

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)\, V_i \ , \qquad 0 \le t \le 1 .$$

di mana $B_i^n(t) = \frac{n!}{(n-i)!\,i!}\, t^i (1-t)^{n-i}$ merupakan polinomial Bernstein, dan V_i adalah titik kawalan.

Tunjukkan bahawa

(i) $B_i^n(t) = (1-t)B_i^{n-1}(t) + t\, B_{i-1}^{n-1}(t)$

$$\left\{\text{Petunjuk: } \frac{n!}{(n-i)!\,i!} = \frac{(n-1)!}{(n-1-i)!\,i!} + \frac{(n-1)!}{(n-i)!\,(i-1)!}\right\}$$

(ii) $B_i^n(t)$ mempunyai titik maksimum pada $t = i/n$.

(iii) $\frac{dP}{dt}(t) = n \sum_{i=0}^{n-1} \Delta V_i\, B_i^{n-1}(t)$ di mana $\Delta V_i = V_{i+1} - V_i$.

(35/100)

.../3

(d) Katakan $P_1(u, v)$ dan $P_2(u, v)$ melambangkan dua permukaan Bezier

$$P_1(u, v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} B_i^m(u) B_j^n(v) V_{i,j}^1$$

$$P_2(u, v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} B_i^m(u) B_j^n(v) V_{i,j}^2, \quad 0 \leq u, \quad v \leq 1$$

Jika dua permukaan tersebut bergabung pada sempadan $P_1(1, v)$ dan $P_2(0, v)$, maka dapatkan syarat-syarat keselanjaran C^1 bagi kes mudah

$$\frac{\partial P_1}{\partial u}(1, v) = \lambda \frac{\partial P_2}{\partial u}(0, v), \quad \lambda \text{ malar}$$

Terangkan juga maksud geometri syarat tersebut.

(35/100)

3. (a) Terangkan bagaimana algoritma de Casteljau digunakan untuk memplot lengkung Bezier. Berikan contoh untuk lengkung kubik. Terangkan secara ringkas bagaimana algoritma ini digunakan pada permukaan Bezier.

(30/100)

(b) Lengkung kubik Bezier, Ball dan B-Splines ditulis seperti berikut:

$$\text{Bezier:} \quad (1 - t)^3 V_0 + 3t(1 - t)^2 V_1 + 3t^2(1 - t)V_2 + t^3 V_3$$

$$\text{Ball:} \quad (1 - t)^2 W_0 + 2t(1 - t)^2 W_1 + 2t^2(1 - 6)W_2 + t^2 W_3$$

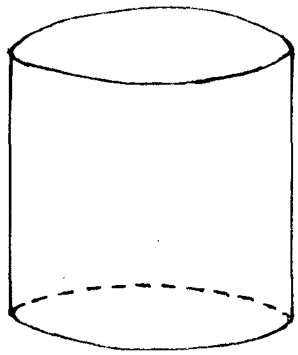
$$\text{B-Splines:} \quad \frac{1}{6}(1 - t)^3 d_0 + \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4)d_1 + \frac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)d_2 + \frac{1}{6}t^3 d_3$$

Tuliskan lengkung Ball dan lengkung B-Splines di dalam bentuk Bezier. Lukiskan pertalian titik kawalan ketiga kaedah di atas.

(30/100)

.../4

(c) Terangkan secara ringkas bagaimana kita dapat menggunakan kaedah B-Splines untuk merekabentuk permukaan silinder terbuka seperti gambarajah di bawah.



(20/100)

(d) Tuliskan perwakilan kubik Bezier Nisbah. Terangkan bagaimana perwakilan nisbah boleh mengatasi perwakilan kubik Bezier biasa.

(20/100)

- oooOOooo -