UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

MKT382 - Tinjauan Sampel dan Teknik Pensampelan

Masa : [3 jam]

Jawab mana-mana EMPAT (4) soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Pihak Hal Ehwal Pelajar USM ingin mendapat maklumat mengenai faedah Latihan Amali Pilihan kepada pelajar-pelajar yang mengikuti Latihan Amali Pilihan.

   Huraikan bagaimanakah anda akan merekabentukkan suatu tinjauan untuk mendapati maklumat-maklumat tersebut. Berikan contoh-contoh soalan yang anda akan memasuki ke dalam soal selidik anda.

   (45/100)

   (b) Dengan menggunakan contoh-contoh, terangkan sebutan-sebutan berikut :

   (1) Unsur

   (2) Unit pensampelan

   (15/100)

   (c) Suatu sampel rawak mudah bersaiz 30 keluarga telah diambil dari Kampung Melayu, yang mengandungi 4,000 keluarga. Bilangan orang dalam setiap keluarga dalam sampel itu adalah seperti berikut :

   5, 6, 4, 3, 2, 4, 4, 3, 3, 4, 6, 5, 8, 4, 3

   5, 4, 4, 3, 2, 1, 7, 5, 2, 4, 4, 3, 4, 2, 4

   Anggarkan jumlah bilangan orang dalam Kampung Melayu, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

   (40/100)

2. (a) Katakan $y_1, y_2, \ldots, y_n$ adalah suatu sampel rawak mudah tanpa pengembalian daripada suatu populasi yang mempunyai N unsur. Andaikan min populasi dan varians populasi adalah masing-masing μ dan σ^2.

Katakan $\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i/n$.

Tunjukkan (i) $E(\bar{y}) = \mu$

(ii) $\text{Kov}(y_i, y_j) = -\dfrac{1}{N-1}\sigma^2$, dan

(iii) $\text{Var}(\bar{y}) = \dfrac{\sigma^2}{n}\left(\dfrac{N-n}{N-1}\right)$.

(40/100)

(b) Seorang juruodit berminat menganggarkan jumlah bilangan baucer perjalanan yang mempunyai kesilapan-kesilapan. Dalam suatu sampel rawak mudah bersaiz n = 50 baucer dipilih daripada sekumpulan N = 500, terdapat 20 baucer yang mempunyai kesilapan-kesilapan.

Anggarkan jumlah bilangan baucer daripada N = 500 baucer yang mempunyai kesilapan-kesilapan, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(30/100)

(c) Seorang pengurus dari EON ingin menentukan kadaran p, pemilik-pemilik PROTON SAGA yang tidak berpuas hati dengan kereta mereka. Diberikan N = 40,000, tentukan saiz sampel diperlukan untuk menganggarkan p dengan suatu batas pada ralat penganggaran dengan magnitud B = 0.05.

(30/100)

3. (a) Pertimbangkan suatu populasi dengan L stratum. Andaikan bilangan unsur dalam stratum ke-i adalah N_i dan varians populasi bagi stratum ke-i adalah σ_i^2, $i = 1, 2, \ldots, L$. Andaikan pensampelan rawak berstratum dijalankan dengan n_i sebagai saiz sampel daripada stratum ke-i, $i = 1, 2, \ldots L$. Katakan fungsi kos yang terlibat mempunyai bentuk

$$c = c_0 + \sum_{i=1}^{L} c_i n_i^{\alpha} ,$$

di mana c_0 mewakili kos "overhead", c_i kos per unsur yang disampelkan daripada stratum ke-i, $i = 1, 2, \ldots, L$, dan α adalah suatu pemalar.

Tunjukkan bahawa varians bagi penganggar $\bar{y}_{st}$ adalah minimum apabila n_i berkadaran dengan

$$\left(N_i^2 \sigma_i^2 / c_i\right)^{\frac{1}{\alpha+1}}$$

(40/100)

(b) Di dalam suatu populasi dengan $N = 6$ dan $L = 2$, nilai-nilai y_{ij} adalah 0, 1, 2 dalam stratum 1 dan 4, 6, 11 dalam stratum 2. Suatu sampel dengan $n = 4$ akan dikutip.

(i) Tunjukkan bahawa nilai n_i yang optimum di bawah peruntukan Neyman, iaitu,

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^{L} N_i \sigma_i}$$

apabila dibulatkan kepada integer adalah

$$n_i = \begin{cases} 1 & \text{bagi stratum 1} \\ 3 & \text{bagi stratum 2} \end{cases}$$

(ii) Hitungkan anggaran $\bar{y}_{st}$ bagi <u>setiap</u> sampel yang dapat dipilih dibawah peruntukkan Neyman dan dibawah peruntukkan berkadaran.

Tentusahkan bahawa anggaran-anggaran tersebut adalah saksama.

(60/100)

4. (a) Apakah dimaksudkan dengan pensampelan berkelompok? Terangkan keadaan-keadaan yang mana anda akan menggunakan pensampelan berkelompok dengan dua contoh.

(20/100)

(b) Suatu populasi dengan M unsur dibahagi ke dalam N kelompok dengan M_i unsur dalam kelompok ke-i, i = 1, 2, ..., N. Suatu sampel rawak mudah n kelompok dipilih dan kita ingin menganggarkan jumlah populasi, τ. Berikan suatu penganggar bagi jumlah populasi apabila

(i) M diketahui

(ii) M tidak diketahui.

Tunjukkan bahawa penganggar dalam (ii) adalah saksama bagi jumlah populasi, τ .

Tunjukkan juga bahawa penganggar-penganggar (i) dan (ii) adalah setara apabila semua saiz kelompok adalah sama, iaitu, $M_1 = M_2 = \ldots = M_N$.

(30/100)

(c) Seratus ekor arnab sedang digunakan di dalam suatu kajian makanan yang berkhasiat. Di dalam suatu pra-kajian, beratnya setiap arnab diperolehi. Min berat daripada kajian ini adalah 3.1 paun. Selepas dua bulan, penyelidik itu ingin mendapati suatu penghampiran kasar bagi min berat arnab-arnab itu. Dia memilih n = 10 ekor arnab dan memperolehi berat-berat baru arnab-arnab itu. Data yang diperolehi adalah seperti berikut :

Arnab	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Berat asal	3.2	3.0	2.9	2.8	2.8	3.1	3.0	3.2	2.9	2.8
Berat kini	4.1	4.0	4.1	3.9	3.7	4.1	4.2	4.1	3.9	3.8

(i) Cadangkan suatu penganggar bagi min berat kini untuk semua arnab di atas. Berikan alasan anda.

(ii) Kemudian, anggarkan min berat kini, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(50/100)

5. (a) Bilakah pensampelan bersistem setara dengan pensampelan rawak mudah? Berikan contoh untuk mengillustrasikan jawapan anda.

(15/100)

(b) Seorang pegawai polis, Cawangan Trafik, berminat menganggarkan kadaran pemandu yang membawa lesen memandu apabila menggunakan kenderaan mereka. Suatu "check-point" disediakan di Jalan Glugor, Pulau Pinang dan pemandu daripada setiap kereta ketujuh diperiksa. Andaikan bahawa N = 2100 kereta melalui "check-point" tersebut semasa tempoh pensampelan.

Andaikan terdapat seramai 245 orang yang membawa lesen mereka.

Anggarkan p, kadaran sebenar pemandu-pemandu yang membawa lesen memandu apabila menggunakan kenderaan mereka, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

Bolehkah populasi di atas dianggap rawak?

(35/100)

(c) Tuliskan nota pendek mengenai

(i) Pensampelan berkelompok dua tahap

(ii) Subsampel-subsampel "inter-penetrating".

(50/100)

- ooo0Oooo -

Tatatanda seperti di dalam kuliah.

I. Sampel Rawak Mudah

(a) (i) $\bar{y} = \Sigma y_i / n$

$$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}\left(\frac{N-n}{N}\right)$$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4}$

(b) (i) $\hat{\tau} = N\bar{y}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2\left(\frac{s^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N}\right)$$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4N^2}$

(c) (i) $\hat{p} = \Sigma y_i / n$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\,\hat{q}}{n-1}\left(\frac{N-n}{N}\right)$$

(ii) $n = \dfrac{Npq}{(N-1)D + pq}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4}$

(d) $$\hat{\tau}_{pps} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\pi_i}\right)$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{pps}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\pi_i} - \hat{\tau}_{pps}\right)^2$$

(e) $$\hat{\mu}_{pps} = \frac{1}{N}\hat{\tau}_{pps} = \frac{1}{Nn}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\pi_i}\right)$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{pps}) = \frac{1}{N^2 n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{\pi_i} - \hat{\tau}_{pps}\right)^2$$

.../2

II. Sampel Rawak Berstratum

(a) (i) $$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_i\bar{y}_i$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{L} N_i^2\left(\frac{N_i - n_i}{N_i}\right)\left(\frac{s_i^2}{n_i}\right)$$

(ii) $$n = \frac{\sum_{i=1}^{L} \frac{N_i^2\sigma_i^2}{w_i}}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_i\sigma_i^2}\,,\quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4} \;\&\; w_i = \frac{n_i}{n}$$

(b) (i) $$\hat{\tau} = N\bar{y}_{st}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2\,\hat{V}(\bar{y}_{st})$$

(ii) $$n = \frac{\sum_{i=1}^{L} \frac{N_i^2\sigma_i^2}{w_i}}{N^2D + \sum_{i-1}^{L} N_i\sigma_i^2}\,,\quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

(c) (i) $$\hat{p}_{st} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{L} N_i\hat{p}_i$$

$$\hat{V}(\hat{p}_{st}) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{L} N_i^2\left(\frac{N_i - n_i}{N_i}\right)\left(\frac{\hat{p}_i\,\hat{q}_i}{n_i - 1}\right)$$

(ii) $$n = \frac{\sum_{i=1}^{L} \frac{N_i^2 p_i q_i}{w_i}}{N^2D + \sum_{i=1}^{L} N_i\,p_i q_i}\,,\quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4} \;\&\; w_i = \frac{n_i}{n}$$

III. Penganggaran Nisbah & Regresi

(a) (i) $$\hat{R} = \Sigma y_i/\Sigma x_i$$

$$\hat{V}(\hat{R}) = \left(\frac{N - n}{nN}\right)\left(\frac{1}{\mu_x^2}\right) \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \hat{R}x_i)^2}{n - 1}$$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$, di mana $D = B^2\mu_x^2/4$

(b) (i) $\hat{\tau}_y = \hat{R}\tau_x$

$\hat{V}(\hat{\tau}_y) = \tau_x^2\ \hat{V}(\hat{R})$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4N^2}$

(c) (i) $\hat{\mu}_y = \hat{R}\mu_x$

$\hat{V}(\hat{\mu}_y) = \mu_x^2\ \hat{V}(\hat{R})$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4}$

(d) $\hat{\mu}_{yL} = \bar{y} + \hat{b}(\mu_x - \bar{x})$, di mana $\hat{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yL}) = \left(\frac{N - n}{Nn}\right)\left(\frac{1}{n - 2}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 - \hat{b}^2 \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2\right]$$

(e) $\hat{\mu}_{yD} = \bar{y} + (\mu_x - \bar{x}) = \mu_x + \bar{d}$, di mana $\bar{d} = \bar{y} - \bar{x}$

$\hat{V}(\hat{\mu}_{yD}) = \left(\dfrac{N - n}{Nn}\right) \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$, di mana $d_i = y_i - x_i$

.../4

(f) $$\hat{\mu}_{yRS} = \left(\frac{N_A}{N}\right)\left(\frac{\bar{y}_A}{\bar{x}_A}\right)\mu_{xA} + \left(\frac{N_B}{N}\right)\left(\frac{\bar{y}_B}{\bar{x}_B}\right)\mu_{xB}$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yRS}) = \left(\frac{N_A}{N}\right)^2\left(\frac{N_A - n_A}{N_A n_A}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n_A}(y_i - r_A x_i)^2}{n_A - 1}$$

$$+ \left(\frac{N_B}{N}\right)^2\left(\frac{N_B - n_B}{N_B n_B}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n_B}(y_i - r_B x_i)^2}{n_B - 1}$$

(g) $$\hat{\mu}_{yRC} = \left(\frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}\right)\mu_x$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yRC}) = \left(\frac{N_A}{N}\right)^2\left(\frac{N_A - n_A}{N_A n_A}\right)\left(\frac{1}{n_A - 1}\right)\sum_{i=1}^{n_A}[(y_i - \bar{y}_A) - r_C(x_i - \bar{x}_A)]^2$$

$$+ \left(\frac{N_B}{N}\right)^2\left(\frac{N_B - n_B}{N_B n_B}\right)\left(\frac{1}{n_B - 1}\right)\sum_{i=1}^{n_B}[(y_i - \bar{y}_B) - r_C(x_i - \bar{x}_B)]^2$$

IV. <u>Sampel Berkelompok</u>

(a) (i) $$\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} m_i$$

$$\hat{V}(\bar{y}) = \left(\frac{N - n}{Nn\bar{M}^2}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}m_i)^2}{n - 1}$$

(ii) $$n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2\bar{M}^2}{4}$$

(b) (i) $$\hat{\tau} = M\bar{y}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = M^2\,\hat{V}(\bar{y})$$

(ii) $$n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

(iii) $\hat{\tau} = N\bar{y}_t$, di mana $\bar{y}_t = \sum_{i=1}^{n} y_i/n$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2\left(\frac{N-n}{Nn}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_t)^2}{n-1}$$

(iv) $n = \dfrac{N\sigma_t^{\,2}}{ND + \sigma_t^{\,2}}$, di mana $D = \dfrac{B^2}{4N^2}$

(c) (i) $$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left(\frac{N-n}{Nn\,\bar{M}^2}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i - \hat{p}m_i)^2}{n-1}$$

(ii) $n = \dfrac{N\sigma_c^{\,2}}{ND + \sigma_c^{\,2}}$, di mana $D = \dfrac{B^2\,\bar{M}^2}{4}$

(d) $$\hat{\mu} = \bar{y}^* = \frac{N_1\bar{y}_{t1} + N_2\bar{y}_{t2}}{N_1\bar{m}_1 + N_2\bar{m}_2}$$

$$\hat{V}(\bar{y}^*) = \frac{1}{M^2}\left\{\frac{N_1(N_1 - n_1)}{n_1(n_1 - 1)}\sum_{i=1}^{n_1}[(y_i - \bar{y}_{t1}) - \bar{y}^*(m_i - \bar{m}_1)]^2 + \frac{N_2(N_2 - n_2)}{n_2(n_2 - 1)}\sum_{i=1}^{n_2}[(y_i - \bar{y}_{t2}) - \bar{y}^*(m_i - \bar{m}_2)]^2\right\}$$

(e) $$\hat{\mu}_{pps} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{pps}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{y}_i - \hat{\mu}_{pps})^2$$

.../6

(f) $$\hat{\tau}_{pps} = \frac{M}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{pps}) = \frac{M^2}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i - \hat{\mu}_{pps})^2$$

V. Sampel Bersistem

(a) (i) $$\bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{s^2}{n}\right)$$

(ii) $$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{di mana} \quad D = \frac{B^2}{4}$$

(b) (i) $$\hat{\tau} = N\bar{y}_{sy}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2\,\hat{V}(\bar{y}_{sy})$$

(ii) $$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{di mana} \quad D = \frac{B^2}{4N^2}$$

(c) (i) $$\hat{p}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$\hat{V}(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy}\,\hat{q}_{sy}}{n-1}\left(\frac{N-n}{N}\right)$$

(ii) $$n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}, \quad \text{di mana} \quad D = \frac{B^2}{4}$$

VI. Sampel Berkelompok Dua-tahap

(a) $$\hat{\mu} = \left(\frac{N}{M}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n} M_i\bar{y}_i}{n}$$

.../7

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n\bar{M}^2}\right) s_b^{\,2} + \frac{1}{nN\bar{M}^2}\sum_{i=1}^{n} M_i^{\,2}\left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right)\left(\frac{s_i^{\,2}}{m_i}\right)$$

di mana $$s_b^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (M_i\bar{y}_i - \bar{M}\hat{\mu})^2}{n-1}$$

dan $$s_i^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

(b) $$\hat{\tau} = M\hat{\mu}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = M^2\,\hat{V}(\hat{\mu})$$

(c) $$\hat{\mu}_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_r) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n\bar{M}^2}\right) s_r^{\,2} + \frac{1}{nN\bar{M}^2}\sum_{i=1}^{n} M_i^{\,2}\left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right)\left(\frac{s_i^{\,2}}{m_i}\right)$$

di mana $$s_r^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i^{\,2}(\bar{y}_i - \hat{\mu}_r)^2}{n-1}$$

(d) $$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i\hat{p}_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n\bar{M}^2}\right) s_r^{\,2} + \frac{1}{nN\bar{M}^2}\sum_{i=1}^{n} M_i^{\,2}\left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right)\left(\frac{\hat{p}_i\,\hat{q}_i}{m_i - 1}\right)$$

di mana $$s_r^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i^{\,2}(\hat{p}_i - \hat{p})^2}{n-1}$$

(e) $\hat{\mu}_{pps} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{pps}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i - \hat{\mu}_{pps})^2$$

(f) $\hat{\tau}_{pps} = \frac{M}{n} \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i$

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{pps}) = \frac{M^2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i - \hat{\mu}_{pps})^2$$

.../9

VII. <u>Subsampel-subsampel "inter penetrating"</u>

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \bar{y}_i$$

$$\hat{V}(\bar{y}) = \left(\frac{N-n}{N} \right) \frac{\sum_{i=1}^{k} (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{k\,(k-1)}$$

VIII. <u>Sampel Rawak Berstratum</u> (sambungan)

(1) $$n_i = n \frac{N_i \sigma_i \,/\, \sqrt{c_i}}{\sum_{i=1}^{L} N_i \sigma_i \,/\, \sqrt{c_i}}$$

(2) $$n_i = n \frac{N_i \sqrt{p_i q_i \,/\, c_i}}{\sum_{i=1}^{L} N_i \sqrt{p_i q_i \,/\, c_i}}$$

- ooo00ooo -