UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

MKT341 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

Jawab mana-mana **EMPAT** soalan.

1. (a) Diberi fungsi berikut:

X	f(x)
0.2	1.01873
0.4	1.07032
0.6	1.14881
0.8	1.24932
1.0	1.36788
1.2	1.50119

(i) Bentukkan jadual beza sehingga $\Delta^4 f$.

(ii) Cari nilai f(0.45) dengan Rumus Newton ke depan peringkat 3 dan berikan anggaran ralatnya.

(iii) Cari nilai f(1.15) dengan Rumus Newton ke belakang peringkat 3 dan berikan anggaran ralatnya.

(iv) Cari nilai X supaya f(x) = 1.30.

(v) Gunakan rumus Lagrange peringkat 3 untuk mendapatkan f(0.45) dan f(1.15). Adakah nilai-nilai terdapat di sini sama dengan yang terdapat di atas. Jelaskan jawapan anda.

(b) Dapatkan Rumus Newton ke depan serta ralatnya.

(100/100)

.../2

2. (a) Bagi sistem berikut:

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & -1 \\ -2 & 3 & -8 \end{pmatrix} \underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} 3.58 \\ 6.79 \\ 9.18 \end{pmatrix}$$

gunakan Kaedah Gauss-Seidal untuk mencari penyelesaiannya. Mulakan dengan $\underset{\sim}{X}^0 = (1, 1, -1)$ dan jalankan 3 lelaran dengan 6 digit atau lebih. Adakah lelaran-lelalran di atas menumpu? Jelaskan jawapan anda. Bagi lelaran ketiga $\underset{\sim}{X}^3$, cari sisanya dan berikan anggaran ralatnya.

(b) Tunjukkan bahawa persamaan $f(x) = -e^x + 2x + 1 = 0$ mempunyai satu punca di antara x= 1 dan x = 2. Gunakan

(i) Kaedah Newton dengan $x_0 = 1$ dan

(ii) Kaedah interpolasi linear untuk mendapatkan punca ini.

Bagi kedua-dua kaedah, jalankan 3 lelalran dengan 6 digit atau lebih.

Yang mana jawapan lebih jitu dan apakah sebabnya? Bincangkan kadar penumpuan bagi kedua-dua kaedah melalui contoh di atas.

(100/100)

3. Diberi fungsi f(x) berikut:

X	f(x)
0.0	1.0000
0.1	1.2050
0.2	1.4201
0.3	1.6454
0.4	1.8812
0.5	2.1282
0.6	2.3868

(i) Bentukkan jadual beza sehingga $\Delta^4 f$.

(ii) Cari f '(0.3) dengan kaedah peringkat satu, dua dan tiga dan berikan ralatnya.

(iii) Cari f '(0.25), f "(0.25) dan f "(0.3).

(iii) Gunakan Petua Simpson $\frac{1}{3}$ dan $\frac{3}{8}$ untuk mencari $\int_{0.0}^{0.6} f(x)dx$ dan berikan anggarkan ralat masing-masingnya.

(100/100)

4. (a) Bagi sistem $A\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{b}$ berikut:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1.5 & -1.5 \\ -1 & -1.5 & 1.5 \\ -2 & -2 & 4.5 \end{pmatrix} \underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} 3.75 \\ -2.75 \\ -5.25 \end{pmatrix},$$

huraikan A ke dalam bentuk A = LU. Gunakan penghuraian LU di atas untuk mencari penyelesaian kepada $A\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{b}$.

(b) Selesaikan

$$\begin{pmatrix} 4.03 & 1.15 & 0.78 \\ 2.23 & 5.11 & -1.08 \\ 0.45 & -1.03 & 2.98 \end{pmatrix} \underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} 3.66 \\ -1.80 \\ 4.46 \end{pmatrix}$$

melalui kaedah penghapusan Gauss dengan 6 digit atau lebih dan pemangsian.

Kirkan sisa bagi penyelesaian ini dan bincangkan kejituannya.

(100/100)

5. Pertimbangkan persamaan pembezaan

$$y' = -y + 3x + 4, \qquad y(0) = 2.$$

(a) Gunakan polinomial Taylor peringkat 4 untuk mendapatkan y(0.1) dan y(0.5). Berikan anggaran ralat masing-masing.

(b) Gunakan Kaedah Runge-Kutta darjah 4 untuk mendapatkan y(0.1) dengan h = 0.1. Apakah ralatnya?

(c) Gunakan Kaedah Euler dan Euler Ubahsuai untuk mencari y(0.05) dan y(0.1) dan berikan ralatnya. Apakah nilai h yang sesuai jika kita ingin ralat yang timbul kurang daripada 10^{-4}.

(100/100)

-oo0oo-

Rumus-Rumus

1. $$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$
$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

2. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

3. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \ldots$$

4. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_{-1} + \binom{s+1}{3} \Delta^3 f_{-1} + \binom{s+1}{4} \Delta^4 f_{-2} + \ldots$$

5. $$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \, \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j}\right), \quad 0 \leq i \leq n.$$

6. $$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left(\Delta f_0 - \tfrac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0\right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

7. $$Q = F(h) + Ch^n + O(h^m)$$
$$Q \approx \frac{r^n F(h) - F(h_b)}{r^n - 1}, \quad h_b = rh \quad (r > 1)$$

8. Ralat sejagat petua trapezium
$$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

9. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{3} h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \ldots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

10. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{3}{8} h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \ldots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

11. $$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$$
$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$
$$K_2 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_1)$$
$$K_3 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_2)$$
$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

127

12. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$

13. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$

$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} + 19\ f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$