UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1989/90

Jun 1990

MKT341 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa: [3 jam]

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Terangkan algoritma bagi Kaedah Separuh Selang untuk mencari punca persamaan tak linear $f(x) = 0$.

Diketahui bahawa suatu punca persamaan $x^3 + \sqrt{x} = 6$ terletak di antara 1.55 dan 1.75. Tanpa menjalankan proses lelaran, anggarkan bilangan lelaran yang diperlukan untuk mencapai kejituan kepada 5 tempat perpuluhan.

Jalankan 3 lelaran.

(b) Tunjukkan bagaimana rumus Newton untuk penyelesaian persamaan tak linear $f(x) = 0$ diperolehi. Buktikan bahawa jika kaedah ini menumpu ia menumpu secara kuadratik.

Bincangkan kelemahan-kelemahan kaedah Newton.

(c) Terangkan secara ringkas kaedah Δ^2 Aitken.

(*100/100*)

2. (a) Takrifkan *ralat*, *sisa* dan *nombor suasana* bagi penyelesaian sistem linear.

Dapatkan perhubungan di antara norma sisa $\| r \|$, norma ralat $\| e \|$ dan nombor suasana Cond(A) berikut:

$$\frac{1}{\text{Cond}(A)} \frac{\| r \|}{\| b \|} \leq \frac{\| e \|}{\| x \|} \leq \text{Cond}(A) \frac{\| r \|}{\| b \|}$$

.../2

Adakah sisa suatu ukuran yang baik untuk ralat penyelesaian? Terangkan. Bincangkan apakah "*sistem-sistem bersuasana tak sihat*" dan bagaimana sistem jenis ini dicamkan.

(b) Terangkan algoritma bagi Kaedah Perbaikan Lelaran yang digunakan untuk memperbaiki kejituan penyelesaian sistem-sistem persamaan linear. Nyatakan dua kriteria berhenti yang boleh digunakan di dalam program komputer yang mengimplementasikan algoritma di atas.

(c) Selesaikan sistem berikut dengan kaedah Gauss-Seidel:

$$\begin{aligned} x_1 + 10x_2 + x_3 &= 36 \\ -x_1 - x_2 + 10x_3 &= 35 \\ 10x_1 - x_2 - x_3 &= 13 \end{aligned}$$

Jalankan 3 lelaran dengan hampiran awal (1,1,1).

(*100/100*)

3. (a) Tentukan nilai f pada titik $x = 15^0$ dengan menggunakan interpolasi Lagrange:

x_i	0^0	30^0	45^0	60^0
f_i	0	0.5	0.7071	0.8660

Gunakan semua nilai jadual di dalam pengiraan anda. Anggarkan ralat yang terlibat jika $f(x) = \sin x$.

[Sebutan ralat:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)$$

dengan ξ terletak di antara x_0 dan x_n.]

(b) Binakan jadual beza terbahagi untuk jadual

x_i	-0.2	0.5	0.1	0.7	0.0
f_i	1.3940	1.0025	1.1221	1.0084	1.1884

Anggarkan nilai $f(0.15)$ dengan menggunakan 4 titik yang pertama.

(*100/100*)

.../3

4. (a) Dengan menggunakan rumus interpolasi ke depan Newton-Gregory, buktikan rumus pembezaan berangka berikut

$$f'(x_0) = \frac{1}{h}\left[\Delta f_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 - \ldots \frac{(-1)^{n-1}}{n}\Delta^n f_0\right]$$

Berikan tafsiran geometri bagi rumus

$$f'(x_0) = \frac{1}{h}\Delta f_0$$

Apakah peringkat ralatnya? Berikan suatu rumus pembezaan peringkat dua bagi $f'(x_0)$ dan berikan tafsiran geometrinya.

(b) Diberikan jadual:

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
$f(x)$	1	0.80	0.60	0.50	0.45	0.40	0.35	0.25	0.10

Gunakan petua trapezium untuk mengira nilai kamiran

$$\int_0^2 f(x)\, dx$$

dengan $h = 0.25$.

Gunakan Kaedah Romberg untuk memperbaiki nilai supaya ralat $O(h^6)$.

(100/100)

5. (a) Bincangkan Kaedah Euler dan Kaedah Euler Terubahsuai termasuk

(i) algoritma
(ii) tafsiran geometri
(iii) peringkat kaedah.

Kirakan penyelesaian y pada titik $x = 0.1$ bagi masalah berikut

$$y' = y - x^2, \qquad y(0) = 1$$

dengan menggunakan kedua-dua kaedah. Diberikan saiz langkah $h = 0.1$.

.../4

(b) Jadual berikut memberikan penyelesaian masalah nilai awal

$$y' = y - x^2, \qquad y(0) = 1$$

pada titik-titik $x = 0.0$, 0.2 dan 0.6.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
y	1.00000	1.21859	?	1.73787	?

Gunakan kaedah Runge Kutta berperingkat 4 untuk memperolehi $y(0.4)$.

Gunakan kaedah Adams-Moulton dan semua nilai di atas untuk mengira $y(0.8)$.

(100/100)

- oooOOOooo -

Rumus-Rumus

1. $$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$
$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

2. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

3. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \ldots$$

4. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_{-1} + \binom{s+1}{3} \Delta^3 f_{-1} + \binom{s+1}{4} \Delta^4 f_{-2} + \ldots$$

5. $$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \, \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j}\right), \quad 0 \leq i \leq n.$$

6. $$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left(\Delta f_0 - \tfrac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0\right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

7. $$Q = F(h) + Ch^n + O(h^m)$$
$$Q \simeq \frac{r^n F(h) - F(h_b)}{r^n - 1}, \quad h_b = rh \quad (r > 1)$$

8. Ralat sejagat petua trapezium
$$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

9. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{3} h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \ldots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

10. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{3}{8} h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \ldots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

11. $$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$$
$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$
$$K_2 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_1)$$
$$K_3 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_2)$$
$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

12. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$

13. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$

$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} + 19\ f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$