

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

MKT241 - Kalkulus Gunaan

Masa: [3 jam]

Kertas ini mengandungi LIMA soalan. Jawab SEMUA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) (i) Nilaikan kamiran tak wajar $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$.

(ii) Nilaikan $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 1)^{1/\ln x}$.

(b) (i) Tunjukkan bahawa jika $\{a_n\}$ dan $\{b_n\}$ adalah dua jujukan di mana $|a_n| \leq |b_n|$ bagi setiap n , maka jika $|b_n|$ menumpu kepada 0, $|a_n|$ menumpu kepada 0 juga.

(ii) Seterusnya, tunjukkan bahawa jujukan $\{(a \sin bn + c \cos dn)/n^p\}$ menumpu kepada 0 bagi sebarang nombor nyata a, b, c, d dan $p \neq 0$.

(100/100)

2. (a) Tentukan sama ada siri berikut menumpu secara mutlak, bersyarat atau mencapah:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1}$ (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(-2)^n}$ (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[\frac{\pi}{4n^2} \right]$

(Petunjuk: $|\sin n| \leq |n|$)

(b) Katakan $\sum a_k$ dan $\sum b_k$ ialah siri-siri sebutan positif dan katakan $a_k/b_k \rightarrow 0$.

(i) Tunjukkan dengan contoh bahawa jika $\sum a_k$ menumpu, maka $\sum b_k$ mungkin menumpu atau mencapah.

(ii) Tunjukkan dengan contoh bahawa jika $\sum b_k$ mencapah, maka $\sum a_k$ mungkin menumpu atau mencapah.

- (c) (i) Katakan ℓ ialah hasil tambah siri

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k!}$$

dan biarkan s_n sebagai hasil tambah separa ke- n .
Dapatkan nilai n yang terkecil di mana s_n menganggar ℓ tepat kepada 3 titik perpuluhan.

- (ii) Katakan $\sum a_k x^k$ ialah suatu siri kuasa dan biarkan r sebagai jejari penumpuan.

Diberikan bahawa $|a_k|^{1/k} \rightarrow \rho$, tunjukkan bahawa jika $\rho \neq 0$, maka $r = \frac{1}{\rho}$ dan jika $\rho = 0$, maka $r = \infty$.

(100/100)

3. (a) Tunjukkan bahawa $T(x, t) = e^{-\alpha^2 \delta t} \sin \alpha x$ memenuhi persamaan
haba $\frac{\partial T}{\partial t} = \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ bagi sebarang pemalar α .

- (b) Tunjukkan bahawa $z = f(x^2 y)$, di mana f ialah terbezakan,
memenuhi $x(\partial z / \partial x) = \partial y (\partial z / \partial y)$.

- (c) Maksimumkan $2x + 3y + 5z$ pada sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 19$.

(100/100)

4. (a) D ialah rantau yang dibatasi oleh graf-graf $x = y^2$ dan
 $x = 4 - y^2$.

- (i) Lakarkan rantau D .

- (ii) Cari jisim lamina yang mempunyai bentuk rantau D jika
ketumpatan pada titik $P(x, y)$ diberikan oleh
 $\rho(x, y) = 1 + 2x + y$.

- (b) Lakarkan pepejal yang dibatasi oleh silinder eliptik
 $9x^2 + 4y^2 = 36$, satah-satah $z = 0$ dan $z = y + 3$. Dapatkan
isipadu pepejal tersebut.

(MKT241)

(c) Gunakan koordinat kutub untuk menilaikan

$$I = \int_0^{1/\sqrt{2}} \int_x^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} \, dydx .$$

(100/100)

5. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut:

(i) $xy' = (1 - y^2)^{1/2}$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{x - y}$

(iii) $y' = e^{2x} + y - 1$

(b) Persamaan gerakan bagi suatu jisim m yang dipaut pada suatu spring diberikan oleh

$$\frac{m}{g} \frac{d^2x}{dt^2} + kx = F$$

di mana g ialah daya graviti ($= 9.8 \text{ m/saat}^2$), x ialah pertukaran dalam kedudukan jisim tersebut pada masa t , k ialah pemalar spring dan F ialah daya yang dikenakan kepada jisim tersebut.

Soalan:

Suatu jisim beratnya 19.6 g dipaut pada suatu spring di mana $k = 50 \text{ g/m}$ dan direhatkan. Dapatkan kedudukan jisim tersebut pada masa t jika suatu daya sama dengan $4 \sin 2t$ dikenakan padanya.

(100/100)

- ooo00ooo -