

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA  
Peperiksaan Semester Kedua

Sidang 1989/90

Mac/April 1990

MKT241 - Kalkulus Gunaan

*elkellah  
vmpen*

Masa: [3 jam]

---

Kertas ini mengandungi LIMA soalan. Jawab SEMUA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dapatkan  $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$  jika wujud

(i)  $U_n = n^{1/n}$                       (ii)  $U_n = \frac{n!}{n^n}$

(b) Katakan  $U_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

(i) Dapatkan  $U_n$  bagi  $n = 1, 2, 3, 4$  dan bagi setiap kes, ungkapkan  $U_n$  sebagai suatu pecahan tunggal.

(ii) Dapatkan suatu rumusan ringkas bagi  $U_n$  dan sahkannya dengan kaedah aruhan.

(iii) Seterusnya, dapatkan  $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

(c) Tunjukkan bahawa jujukan  $\{(a^n + b^n)^{1/n}\}$  adalah terbatas dan berekanada bagi sebarang nombor positif  $a$  dan  $b$  di mana  $a \neq b$ . Seterusnya, tunjukkan ia menumpu.

(100/100)

.../2

2. (a) Tentukan sama ada siri berikut menumpu secara mutlak, menumpu secara bersyarat atau mencapah.

(i) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{3n^2}$$

(ii) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n - 4}$$

(iii) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n}$$

- (b) Dapatkan siri Maclaurin bagi  $(a+x)^n$  dimana  $n$  adalah suatu nombor nyata dan  $a$  suatu nombor positif.

- (c) Tunjukkan bahawa jika jejari penumpuan siri kuasa

$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$  ialah  $R$ , maka jejari penumpuan siri kuasa

$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{mk}$  ialah  $R^{1/m}$ , dimana  $m > 0$  ialah suatu integer.

(100/100)

3. (a) Jika  $u = z(\sin y/x)$  dimana  $x = 3r^2 + 2s$ ,  $y = 4r - 2s^3$ ,  
 $z = 2r^2 - 3s^2$ , dapatkan

(i)  $\partial u / \partial r$

(ii)  $\partial u / \partial s$

- (b) Dapatkan jarak terpendek dari asalan ke suatu titik  $P(x,y)$  yang terletak pada hiperbola

$x^2 + 8xy + 7y^2 = 225$ ,  $z = 0$ .

.../3

- (c) Tempoh  $T$  suatu bandul yang panjangnya  $l$  diberikan oleh  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ . Dengan menggunakan pembeza, dapatkan ralat yang terlibat dalam pengiraan  $T$  dengan menggunakan  $l = 2\text{m}$  dan  $g = 9.75 \text{ m/saat}^2$  jika nilai sebenar ialah  $l = 1.95\text{m}$  dan  $g = 9.81 \text{ m/saat}^2$ .

(100/100)

4. (a) (i) Lakarkan rantau  $R$  pada satah  $xy$  yang dibatasi oleh  $y = x^2$  dan  $y = 2x - x^2$ .
- (ii) Dapatkan luas  $R$ .
- (b) Lakarkan pepejal yang dibatasi oleh satah  $xy$ , silinder  $x^2 + y^2 = 4$  dan paraboloid  $z = 2(x^2 + y^2)$ . Dapatkan isipadu pepejal tersebut dengan menggunakan koordinat kutub untuk menilaikan kamiran gandadua.
- (c) Jika ketumpatan  $\delta$  ialah malar, dapatkan momen inersia terhadap paksi  $x$  suatu lamina yang berbentuk segitiga yang dibatasi oleh garis-garis  $x+y = a$ ,  $x = a$  dan  $y = a$ .

(100/100)

5. (a) Menggunakan kaedah pekali belum tentu dapatkan penyelesaian khusus bagi persamaan tak homogen dan seterusnya, dapatkan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut:-
- (i)  $y'' + y = 3 \sin 2x + x \cos 2x$
- (ii)  $y'' + 2y' + y = e^x \cos x$

.../4

- (b) Dua penyelesaian tak bersandar linear bagi persamaan Bessel yang berperingkat setengah,

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0, \quad x > 0$$

ialah  $x^{-1/2} \sin x$  dan  $x^{-1/2} \cos x$ . Dapatkan penyelesaian

am bagi

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 3x^{3/2} \sin x, \quad x > 0.$$

- (c) Salah satu persamaan asas dalam litar elektrik ialah

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E(t), \quad (1)$$

dimana L(henry) dipanggil induktans, R(ohm) rintangan, i(ampere) arus, dan E (volt) daya gerak elektrik. (Disini R dan L adalah pemalar).

Soalan:

Selesaikan persamaan pembezaan (1) bila  $E(t) = E_0$  dan arus awal  $i_0$ .

(100/100)

- ooo00ooo -