

Jawab SEMUA soalan.

1. Anda perlu menyelesaikan soalan ini dengan hanya menggunakan 'hujah kombinatorik'.

(a) Sepuluh pakar matematik bekerja di satu makmal sulit. Makmal ini mempunyai banyak pintu masuk dan setiap pintu mempunyai lima ibu kunci. Setiap pakar diberi satu set anak kunci, dipilih supaya satu kumpulan lima pakar mesti hadir bersama supaya kumpulan tersebut mempunyai lima anak kunci yang boleh membuka lima ibu kunci pada satu daripada pintu-pintu tersebut.

(i) Berapa banyakkah pintu yang ada?

(ii) Berapa banyakkah anak kunci setiap pakar mesti pegang.

(60/100)

(b) Dalam satu pilihan raya merebut jawatan pengerusi Kelab Matematik, lima calon telah bertanding dan jumlah ahli Kelab adalah lima puluh orang. Berapa banyakkah kesudahan yang harus jika:

(i) setiap calon menerima sekurang-kurangnya tiga undi?

(ii) seorang calon menerima sebanyak-banyak satu undi dan calon-calon yang lain menerima sekurang-kurangnya tiga undi?

(iii) Dengan tepatnya tiga calon sama-sama mendapat undi terbanyak?

(40/100)

.../2

2. (a) Satu pertandingan kuiz matematik melibatkan empat peserta dari setiap empat-puluh buah sekolah rendah di Pulau Pinang. Dapatkan satu fungsi penjana untuk bilangan cara memilih lima-belas pelajar di peringkat semi-akhir jika:

- (i) sebanyak-banyaknya seorang pelajar dari setiap sekolah mengambil bahagian.  
 (ii) sebanyak-banyaknya tiga orang pelajar dari setiap sekolah.

(35/100)

- (b) Tunjukkan bahawa  $(1 - 4y)^{-\frac{1}{2}}$  adalah fungsi penjana untuk

$$a_r = \binom{2r}{r}.$$

(25/100)

- (c) Gunakan persamaan

$$\frac{(1 - y^2)^k}{(1 - y)^k} = (1 + y)^k$$

untuk menunjukkan bahawa

$$\sum_{\ell=0}^{m/2} (-1)^\ell \binom{k}{\ell} \binom{k + m - 2\ell - 1}{k - 1} = \binom{k}{m}$$

$m \leq k$  dan  $m$  genap.

(40/100)

3. (a) Seorang pensyarah terpaksa memanjat  $n$  anak tangga untuk pergi ke Makmal Komputer. Setiap langkah boleh melibatkan satu atau dua anak tangga.

- (i) Dapatkan satu hubungan jadi semula untuk  $t_n$ , bilangan cara yang berlainan untuk pensyarah tersebut menaik tangga.

- (ii) Dapatkan satu penyelesaian untuk  $t_n$ .

(30/100)

- (b) Dapatkan bilangan rantau yang dihasilkan atas satu kertas dengan sembilan garis jika tiga daripada garis ini selari dan enam yang lain bersilang dengan semua garis-garis yang lain (tiada tiga garis bertemu pada satu titik).

(30/100)

.../3

- 3 -

- (c) Satu bulatan dilakarkan atas satu satah.  $n$  garis lurus juga dilakarkan supaya setiap garis bersilang dengan garis-garis yang lain dalam bulatan dengan tiada tiga garis bertemu pada satu titik. Berapa banyak rantau (dalam bulatan) yang dibahagikan oleh garis-garis ini?

(40/100)

4. (a) Setiap enam profesor dalam satu pusat pengajian mengajar dua kursus pada semester pertama, iaitu terdapat dua belas kursus. Pada semester kedua, setiap profesor ditugaskan mengajar dua kursus dengan syarat tiada profesor mengajar dua kursus yang sama kedua-dua semester. Berapa banyakkah cara prosedur ini boleh dilakukan?

(40/100)

- (b) Dekan di Pusat Pengajian telah menyenaraikan nama lima orang pensyarah untuk mengetuai lima jawatankuasa yang berbeza. Pensyarah-pensyarah tersebut adalah A,B,C,D,E dan jawatankuasa-jawatankuasa adalah a,b,c,d,e. Dekan berpendapat bahawa A tidak sesuai untuk jawatankuasa-jawatankuasa b dan c, B tidak sesuai untuk a dan c, C tidak sesuai untuk b,d dan e, D sesuai untuk semua dan E tidak sesuai untuk d. Berapa banyakkah cara memperuntukkan kerja-kerja yang sesuai kepada pensyarah-pensyarah tersebut?

(60/100)

5. (a) Pada setiap tujuh universiti, terdapat enam siswazah dengan latihan dalam kedua-dua sains komputer dan Bahasa Jepun. Enam syarikat antarabangsa masing-masing ingin mengambil untuk bekerja 10, 9, 8, 7, 7, 7 siswazah-siswazah yang mempunyai latihan seperti ini. Polisi syarikat (pada semua syarikat) mengatakan syarikat tidak boleh mengambil dua atau lebih siswazah dari universiti yang sama. Terangkan, dengan merujuk kepada Teorem Hall jika kesemua siswazah ini akan diambil bekerja oleh enam syarikat tersebut atau tidak.

(70/100)

- (b) Lakarkan satu graf dengan 10 bucu, setiap satu darjah  $\geq 4$ , tanpa padanan yang sempurna.

(30/100)

- ooo00ooo -