

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1989/90

Jun 1990

MAT301 - Analisis Kompleks

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Dapatkan semua nilai berbeza yang mungkin bagi $(2 - 2i)^{2/3}$.
- (b) Untuk setiap nombor kompleks z dan w , tunjukkan $|1 + \bar{z}w|^2 - |z + w|^2 = (1 - |z|^2)(1 - |w|^2)$.
- (c) Untuk setiap fungsi f berikut, tentukan titik-titik z supaya $f'(z)$ wujud dan dapatkan $f'(z)$ pada titik tersebut. Tentukan juga titik-titik z supaya f analisis pada z .
- (i) $f(z) = (x + iy)e^{ix-y}$, $z = x + iy$
- (ii) $f(z) = x^2 + i \frac{2}{3} y^3$, $z = x + iy$
- (iii) $f(z) = iz + |z|^2$.

(100/100)

2. (a) Nilaikan $\log(i^{1/3})$.
- (b) Untuk setiap fungsi berikut, tentukan titik-titik kesingularan. Nyatakan jenis setiap titik kesingularan dan dapatkan reja pada titik kesingularan tersebut.
- (i) $f(z) = \frac{1}{z^2 + z}$

$$(ii) \quad f(z) = \frac{z + 1}{z^2 + 3z + 2}$$

$$(iii) \quad f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^3(z - i)}$$

(c) Nilaiikan

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$$

(100/100)

3. (a) Nilaiikan

$$\int_B (z^2 - Ny(z)) dz$$

dengan Ny melambangkan bahagian nyata dan B sebagai bulatan $|z| = 2$.

(b) Nilaiikan

$$(i) \quad \int_B \frac{5z^2 - 3z + 2}{(z - 1)^3} dz, \quad B \text{ bulatan } |z-1| = 3$$

$$(ii) \quad \int_B \frac{(z-i)^3(z+1)}{z(z-2)^4} dz, \quad B \text{ bulatan unit } |z| = 1$$

$$(iii) \quad \int_B \frac{2z + 1}{z^3 - iz^2 + 6z} dz, \quad B \text{ bulatan } |z-3i| = 1/3$$

(c) Andaikan f sebagai fungsi analisis pada domain D . Jika $\overline{f(z)}$ juga analisis pada D , tunjukkan bahawa f berbentuk $f(z) = a$, a pemalar kompleks, untuk setiap z pada D .

(100/100)

4. (a) Tunjukkan

$$\left| \frac{az + b}{\bar{b}z + \bar{a}} \right| = 1$$

jika $|z| = 1$.

(b) Andaikan f sebagai fungsi analisis dengan pensifar peringkat m pada $z = a$. Jika fungsi g analisis pada a , dapatkan reja fungsi gf'/f pada a .

(c) Andaikan f sebagai fungsi seluruh dan $|f(z)| \leq |e^z|$ untuk setiap nombor kompleks z . Tunjukkan f berbentuk $f(z) = ae^z$ untuk sesuatu pemalar kompleks a dengan $|a| \leq 1$.

(100/100)

-ooo00ooo-