

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

MAT260 - Kaedah Statistik

Masa: [3 jam]

Jawab kelima-lima soalan.

1. (a) Suatu bahan yang digunakan di dalam penyelidikan perubahan dihantar melalui udara di dalam kotak-kotak yang mengandungi 1000 kelongsong. 10 hantaran diperiksa dengan direkodkan bilangan kali kotak-kotak berpindah daripada satu pesawat ke pesawat yang lain. Setelah sampai di destinasi, bilangan kelongsong yang didapati pecah dikira.

	<u>Bilangan kali berpindah pesawat</u>	<u>Bilangan kelongsong yang pecah</u>
	1	16
	0	9
	2	17
	0	12
	3	22
	1	13
	0	8
	1	15
	2	19
	<u>0</u>	<u>11</u>
Jumlah:	10	142
Hasil tambah kuasa dua:	20	2194

- (i) Lukis suatu gambarajah sebaran.
- (ii) Apakah yang diminati di dalam pemeriksaan hantaran tersebut. Tulis suatu model yang sesuai.
- (iii) Dapatkan suatu persamaan yang menghubungkan bilangan kali kotak berpindah pesawat dengan bilangan kelongsong yang pecah. Lakukan suatu ujian hipotesis untuk menyatakan hubungan yang ujud.
- (iv) Dengan menggunakan selang keyakinan 95% anggarkan bilangan kelongsong yang pecah bagi setiap unit meningkat di dalam bilangan kali kotak berpindah pesawat.

(MAT260)

- (v) Oleh kerana berlaku perubahan laluan penerbangan, hantaran perlu mengalami banyak pemindahan. Guna selang keyakinan 99% untuk menganggar min bilangan kelongsong yang pecah untuk
- (a) 2 kali pemindahan
 - (b) 4 kali pemindahan
- (vi) Dapatkan koefisien penentuan dan beri kesimpulan mengikut konteks masalah.

(60/100)

- (b) Dua pemeriksa ditugas menyukat kedalaman alur bunga pada tayar setelah setiap ujian jalanan dilakukan. Kerumitan yang dihadapi di dalam menyukat ialah perbezaan daripada segi amaun tekanan yang dibuat oleh seseorang pemeriksa. Pemeriksa A dijangkakan memberi sukatan pembacaan yang lebih tinggi daripada pemeriksa B. Sukatan pembacaan sepuluh lokasi permukaan tayar yang sama diambil daripada kedua-dua pemeriksa.

A	126	128	157	131	142	159	152	133	138	142
B	125	120	163	118	129	152	150	136	140	136

Lakukan suatu ujian statistik tak berparameter untuk situasi yang di atas.

(40/100)

2. Seorang pelajar teknologi makanan ingin menentukan kesan suhu storan terhadap kesegaran buah belimbing. Pelajar tersebut menggunakan 5 lot buah belimbing. Daripada setiap lot dia memilih 120 biji belimbing dan dibahagikannya kepada 4 bahagian yang sama banyak. Setiap bahagian diumpukkan secara rawak kepada keempat-empat aras suhu.

Suhu-suhu storan ditetapkan pada aras-aras berikut:

- A_1 = storan dengan suhu 50°F
- A_2 = storan dengan suhu 55°F
- A_3 = storan dengan suhu 60°F
- A_4 = storan dengan suhu 70°F

Datanya adalah seperti berikut:

Suhu Storan $^{\circ}\text{F}$	Bilangan buah belimbing yang busuk Lot					Jumlah
	1	2	3	4	5	
A_1	8	14	12	9	12	55
A_2	5	10	8	8	9	40
A_3	7	3	6	5	4	25
A_4	10	5	5	7	8	35
Jumlah	30	32	31	29	33	155

Diberi $\sum_{ij} y_{ij}^2 = 1361$

- (i) Tuliskan suatu model statistik yang sesuai untuk masalah ini dan anggapan-anggapannya.
- (ii) Adakah data menunjukkan perbezaan di antara min bilangan buah belimbing per lot dengan menggunakan keempat suhu storan? Guna $\alpha = 0.05$.
- (iii) Tentukan pasangan min yang berbeza dengan ujian julat berganda Duncan.
Suhu storan yang manakah yang paling berkesan menjamin kesegaran buah belimbing?
- (iv) Pada awal ujikaji, pelajar mengesyaki yang berikut:
 - (a) Suhu storan 50°F berbeza dengan suhu storan yang lain
 - (b) Suhu storan 55°F berbeza dengan suhu storan 60°F .

Tunjukkan bahawa kedua-dua kontras ini saling ortogon dan lakukan suatu ujian hipotesis.
Jika terdapat perbezaan, anggarkan perbezaannya dengan suatu selang keyakinan. Guna $\alpha = 0.05$.

(100/100)

3. Di dalam suatu ujikaji, lima jenis rawatan termasuk satu placebo untuk luka terdedah diumpukkan secara rawak kepada 30 orang pesakit dengan luka tersebut. Data berikut memberikan bilangan hari yang diambil untuk luka itu sembuh dengan sempurna bagi setiap rawatan sejak ia mula digunakan.

Rawatan Luka	Bilangan hari luka sembuh Pesakit-pesakit						Jumlah
	1	2	3	4	5	6	
Placebo (A)	5	8	7	7	10	8	45
B	4	6	6	3	5	6	30
C	6	4	4	5	4	3	26
D	7	4	6	6	3	5	31
E	9	3	5	7	7	6	37
Jumlah	31	25	28	28	29	28	169

Diberi $\sum_{ij} y_{ij}^2 = 1047$

- (i) Tuliskan suatu model statistik yang sesuai serta anggapan-anggapannya.
- (ii) Adakah terdapat perbezaan yang bererti di dalam min bilangan hari yang diperlukan untuk luka sempurna bagi pesakit-pesakit tersebut dengan menggunakan kelima-lima jenis rawatan luka?
- (iii) Lakukan suatu analisis perbandingan berganda dengan tatacara Fisher LSD untuk menentukan rawatan yang baik untuk luka-luka pesakit tersebut.
- (iv) Anggarkan keseluruhan kuantiti di bawah dengan suatu selang keyakinan 95%:
 - (a) min keseluruhan
 - (b) min perbezaan hari yang diperlukan untuk luka sembuh menggunakan placebo dengan jenis rawatan yang lain
 - (c) kesan rawatan B dan C berbanding dengan kesan rawatan D dan E.

(100/100)

4. Pengurus pemasaran sebuah rangkaian pasar raya ingin menentukan sama ada lokasi barangan ditempatkan akan mempunyai sebarang kesan ke atas kadar jualan sejenis permainan. Pengurus mempertimbangkan ketinggian para-para: atas, tengah, bawah dan lokasi di lorong: depan, tengah, belakang di dalam kajian ini. Suatu sampel rawak sebanyak 18 pasar raya dipilih dan 2 pasar raya diumpuk secara rawak kepada setiap gabungan ketinggian para-para dan lokasi di lorong.

Keluasan ruang yang diperuntukkan adalah sama bagi setiap pasar raya. Pada akhir minggu pertama, hasil jualan bagi setiap pasar raya direkodkan.

Lokasi di lorong	Ketinggian Para-para			Jumlah
	Atas	Tengah	Bawah	
Depan	86	62	50	364
	72	54	40	
	158	116	90	
Tengah	32	20	18	124
	24	14	16	
	56	34	34	
Belakang	60	40	28	224
	46	28	22	
	106	68	50	
Jumlah	320	218	174	712

Diberi $\sum \sum \sum y_{ijk}^2 = 35,584$

- (i) Tulis suatu model bagi ujikaji dan anggapan-anggapannya.
- (ii) Lakukan suatu analisis varians yang sesuai bagi rekabentuk ini. Lukis gambarajah yang perlu.
- (iii) Faktor-faktor yang manakah yang akan mempengaruhi hasil jualan barang permainan tersebut. Lakukan suatu analisis lanjutan menggunakan suatu tatacara yang sesuai.

(100/100)

5. (a) Satu kriteria yang digunakan untuk menilai prestasi pekerja di dalam suatu proses pemasangan di sebuah kilang yang besar ialah dengan mengira bilangan komponen rosak per 1,000 unit yang dihasilkan. Jurutera kawalan mutu memilih 100 orang pekerja dengan pengalaman yang berbeza. Bilangan kerosakan yang dihasilkan oleh setiap pekerja dikira untuk penilaian tahunan. Pekerja-pekerja dikelaskan mengikut kadar kerosakan yang dilakukan.

Data:

		Pengalaman Bekerja (Tahun)			Jumlah
		1	2-5	6-10	
Kadar Kerosakan	Tinggi	6	9	9	24
	Sederhana	9	19	23	51
	Rendah	7	8	10	25
Jumlah		22	36	42	100

Nyatakan hipotesis nol yang sesuai bagi kajian ini dan uji hipotesis tersebut.

Beri kesimpulan

(40/100)

- (b) Seorang penyelidik ingin mengkaji kesan jantina, lelemak di dalam badan dan sejarah merokok terhadap daya menahan ketegangan ketika bersenam. Ujian ini dilakukan kepada mereka yang berumur di antara 25 hingga 35 tahun. Subjek-subjek dikehendaki mengayuh basikal senaman dan daya ketahanan disukat mengikut panjang masa (didalam minit) sehingga keletihan berlaku. Tiga subjek telah dipilih secara rawak daripada setiap gabungan rawatan.

	Sejarah Merokok		Jumlah
	Ringan	Berat	
Lelemak Rendah: Lelaki Perempuan	24, 29, 25 20, 22, 18 138	18, 19, 23 15, 10, 11 96	234
Lelemak Tinggi: Lelaki Perempuan	15, 15, 12 16, 9, 11 78	15, 20, 13 10, 14, 6 78	156
Jumlah	216	174	390

$$\text{Diberi } \sum_{ijkl} y_{ijkl}^2 = 7088$$

(MAT260)

Guna suatu kaedah yang paling cekap bagi rekabentuk di atas dan dapatkan suatu jadual ANOVA.

Nyatakan aras, faktor yang manakah yang akan mempengaruhi daya ketahanan subjek.

Beri kesimpulan mengikut konteks masalah.

(60/100)

- ooo00ooo -

BERBAGAI RUMUS (Tatatanda seperti di dalam nota kuliah)

- 1.
- Dua sampel tak bersandar
- (
- $n_1 < 25$
- atau
- $n_2 < 25$
-)

$$s_p^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_j (y_j - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 2.
- Sampel berpasangan

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum_i d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n - 1}$$

- 3.
- Analisis varian satu hala

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

Bagi sebarang kontras $L = \sum_i c_i \bar{y}_{i.}$,

$$SSL = \frac{(\sum_i c_i \bar{y}_{i.})^2}{(\sum_i c_i^2/n)}$$

4. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

5. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{a} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{a} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_k \frac{y_{...k}^2}{a} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

6. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

- 3 -

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{Sel} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_e = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n}$$

7. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \frac{\left(\sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n} \right)^2}{\left[\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n} \right] \left[\sum_i y_i^2 - \frac{(\sum_i y_i)^2}{n} \right]}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n}}{\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$SSE = SS_y - \hat{\beta}_1^2 SS_x$$

$$= SS_y - \hat{\beta}_1 SP_{xy}$$

$$s_e^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_0$ ialah

$$\sqrt{MSE \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{SS_x} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_1$ ialah

$$\sqrt{MSE/SS_x}$$

VII. Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test (*continued*)

$$r_{.05}(p, f)$$

<i>f</i>	<i>p</i>												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.44	3.47	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.43	3.47	3.47	3.47
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.43	3.47	3.47	3.47
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.42	3.47	3.47	3.47
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.41	3.47	3.47	3.47
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.41	3.47	3.47	3.47
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.40	3.47	3.47	3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.37	3.47	3.47	3.47
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.35	3.47	3.47	3.47
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.33	3.47	3.48	3.48
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.32	3.47	3.53	3.53
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.29	3.47	3.61	3.67

f = degrees of freedom.

- (c) Katakan X ialah pembolehubah rawak selanjar dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian $f(x)$ dan fungsi taburan longgokan $F(x)$, tunjukkan bahawa jika $E[x]$ wujud dan $f(x) = 0$, bagi $x \leq 0$, maka

$$E[x] = \int_0^{\infty} [1 - F(x)] dx.$$

(40/100)

4. (a) Katakan X_1, X_2, \dots, X_k ialah k pembolehubah rawak tak bersandar supaya $X_i \sim X^2(n_i)$, $i = 1, 2, \dots, k$. Jika $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_k$, tunjukkan bahawa $Y \sim X^2(n)$, dengan $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

(30/100)

- (b) Jika fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum bagi pembolehubah rawak bivariat (X, Y) adalah

$$f(x, y) = \begin{cases} \binom{y}{x} p^x (1-p)^{y-x} \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, & x = 0, 1, \dots, \\ & y = 0, 1, \dots, \\ & y \geq x, \\ 0 & , \text{d.t.l.} \end{cases}$$

dapatkan masing-masing fungsi ketumpatan kebarangkalian sut bagi X dan Y .

(30/100)

- (c) Fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum bagi pembolehubah rawak bivariat (X, Y) ialah

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 2, 0 < y < 1, 2y \geq x \\ 0, & \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) dapatkan fungsi ketumpatan kebarangkalian bersyarat $h_1(x|y)$ dan $h_2(y|x)$.
- (ii) Nilaikan $E[Y | X = 1]$.
- (iii) Sahkan bahawa $E[Y] = E[E[Y|X]]$.

(40/100)

5. (a) Pembolehubah rawak (X, Y) mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Nilaikan $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{4}, 0 \leq Y \leq \frac{1}{2}\right)$ dan $P(X + Y \leq z)$; z ialah pemalar.
- (ii) Dapatkan fungsi taburan longgokan tercantum $F(x, y)$ bagi (X, Y) .

(60/100)

- (b) Katakan fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum bagi (X, Y) ialah

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & , x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & , \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Nilaikan $\text{kov}(X, Y)$.
- (ii) Adakah X dan Y tak bersandar? Jawab dengan sebab.

(40/100)

6. (a) Jika Z_1 dan Z_2 ialah dua pembolehubah rawak tak bersandar dan bertaburan normal piawai, tunjukkan bahawa $X_1 = Z_1 + Z_2$ dan $X_2 = Z_1 - Z_2$ adalah tak bersandar.

(50/100)

- (b) Pembolehubah rawak X mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\sqrt{n\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

di sini n ialah integer.

Jika $Y = X^2$, dapatkan fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi Y . Nyatakan jenis taburan bagi Y .

(50/100)

- oo0oo -