UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1988/89

Mac/April 1989

MAT235 - Penghitungan Berangka dan Pengaturcaraan Komputer

Masa: [3 jam]

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Tulis suatu program Turbo BASIC untuk mengira markah purata setiap calon bagi suatu kertas peperiksaan dan menentukan bilangan calon dengan gred A, B, C, D dan F mengikut sistem gred USM. Kertas itu mengandungi 5 soalan dan semua soalan mesti dijawab.

   Input adalah melalui papan taip semasa program dilaksanakan dan arahan berikut harus dipaparkan pada paparan (screen) komputer:

```
Masukkan bilangan calon untuk kertas ini:

Calon 1:
     Masukkan markah soalan 1:
                .
                .
                .
     Masukkan markah soalan 5:

Calon 2:
     Masukkan markah soalan 1:
                .
                .
                .
```

   Output dari program berbentuk:

```
Bilangan calon gred A =
          .
          .
          .
Bilangan calon gred F =
```

(75/100)

.../2

(b) Terangkan bagaimana program anda mesti diubahsuaikan jika purata setiap soalan perlu dikira dan dicetak.

(25/100)

2. (a) Buktikan bahawa persamaan tak linear

$$x^3 - x - 1 = 0$$

mempunyai suatu punca unik r di dalam selang (1,2). Diberikan skema-skema lelaran berikut:

(i) $x_{k+1} = x_k^3 - 1 = g_1(x_k)$;

(ii) $x_{k+1} = [x_k + 1]^{1/3} = g_2(x_k)$.

Tentukan sama ada syarat $|g'(r)| < 1$ dipenuhi. Tanpa menjalankan pengiraan lelaran, bolehkah anda deduksikan sama ada skema-skema ini mencapah atau menumpu? Jika menumpu, adakah kadar penumpuan cepat atau lambat? Berikan alasan.

(50/100)

(b) Tulis suatu program Turbo BASIC untuk melaksanakan kaedah separuh selang bagi persamaan tak linear di dalam bahagian (a) di atas. Anggapkan bahawa kejituan kepada 5 tempat perpuluhan dikehendaki. Selain daripada cetakan biasa, program anda harus memberikan output berikut:

Bil Lelaran	X1	X2	X3	F(X3)
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

(50/100)

3. (a) Gunakan kaedah Gauss-Seidel untuk menyelesaikan sistem berikut:

$$\begin{aligned} x_1 + 10x_2 + x_3 &= 36 \\ -x_1 - x_2 + 10x_3 &= 35 \\ 10x_1 - x_2 - x_3 &= 13 \end{aligned}$$

Jalankan 3 lelaran dengan hampiran awal (1,1,1). Gunakan sekurang-kurangnya 4 tempat perpuluhan di dalam pengiraan anda.

(30/100)

.../3

(b) Terangkan apakah "sistem-sistem bersuasana tak sihat" dan bagaimana sistem jenis ini dicamkan.

Tentukan sama ada sistem berikut bersuasana tak sihat atau tidak:

$$\begin{aligned} 0.9999x - 1.0001y &= 1 \\ x - y &= 1 + \varepsilon \end{aligned}$$

dengan ε suatu parameter.

(35/100)

(c) Gunakan semua nilai yang diberikan di dalam jadual berikut untuk menganggar nilai f(3.62).

x	f(x)
3.60	36.598
3.65	38.475
3.70	40.447
3.75	42.521

Anggarkan ralat yang terlibat jika $f(x) = e^x$.

(35/100)

4. (a) Anggarkan bilangan subselang n yang diperlukan jika petua trapezium terperluas digunakan untuk menilaikan kamiran

$$\int_0^2 \sin x \, dx$$

dengan ralat $\leq 10^{-5}$.

(25/100)

(b) Diberikan jadual:

x	0	1/8	2/8	3/8	4/8
f(x)	0	0.04784	0.17678	0.34645	0.50000

x	5/8	6/8	7/8	1
f(x)	0.57742	0.53033	0.33485	0.00000

.../4

Gunakan petua trapezium untuk mengira nilai kamiran

$$\int_0^1 f(x)\,dx$$

dengan 2, 4 dan 8 subselang.

(30/100)

(c) Terangkan secara ringkas kaedah Pengamiran Romberg. Gunakan kaedah ini dan semua nilai yang diperolehi di dalam bahagian (b) untuk memperbaiki nilai kamiran sehingga $O(h^6)$.

(45/100)

5. (a) Gunakan rumus pembezaan berangka yang diberikan di dalam Lampiran dan jadual berikut untuk menilaikan $f'(55)$ supaya ralat adalah $O(h^2)$:

x	f(x)
50	1.6990
55	1.7404
60	1.7782
65	1.8129
70	1.8451

Anggarkan ralat yang terlibat jika $f(x) = \log_{10}x$.

(35/100)

(b) Berikan suatu tafsiran geometri bagi kaedah Euler dan kaedah Euler Terubahsuai.

Tulis suatu program Turbo BASIC untuk melaksanakan kaedah Runge Kutta bagi masalah

$$y' = x^2 + 0.25y^2$$
$$y(0) = -1$$

pada selang [0,5] dengan h = 0.1.

(65/100)

- oooOOooo -

Rumus-Rumus

1. $$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$

   $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

2. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

3. $$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \, \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right), \; 0 \leq i \leq n$$

4. $$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left(\Delta f_0 - \tfrac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0 \right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

5. Ralat sejagat petua trapezium

   $$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

6. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{3} h(f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \ldots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

7. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{3}{8} h(f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \ldots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

8. $y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$

   $K_1 = hf(x_n, y_n)$

   $K_2 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_1)$

   $K_3 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_2)$

   $K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$

.../2

9. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$

10. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$

$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$

- oooOOooo -