

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1988/89
Mac/April 1989
MAT220 - Persamaan Pembezaan I
Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Selesaikan persamaan

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{2xy + 24x}{x^2 + 16}$$

dengan menganggapkannya sebagai suatu persamaan

- (i) jenis pembolehubah terpisahkan;
- (ii) linear;
- (iii) tepat.

[Nota: Selesaikan persamaan tersebut 3 kali dengan menggunakan 3 cara di atas masing-masing.]

(60/100)

(b) Selesaikan persamaan Riccati

$$y' = - \frac{1}{x^2} - \frac{y}{x} + y^2 .$$

[Petunjuk: $y = \frac{1}{x}$ adalah suatu penyelesaian.]

(20/100)

(c) Carikan penyelesaian singular bagi persamaan Clairaut

$$y = xy' + \frac{y'}{y' + 1} .$$

(20/100)

.../2

2. (a) Carikan penyelesaian am bagi

$$2y'' + 3y' + y = x^2 + 3 \sin x .$$

(40/100)

(b) Pertimbangkan persamaan

$$y'' + f(x)y' + g(x)y = 0 .$$

Jika koefisien-koefisien $f(x)$ dan $g(x)$ berselanjara pada selang I , tunjukkan bahawa persamaan ini mempunyai dua penyelesaian $\phi_1(x)$ dan $\phi_2(x)$ yang tak bersandar secara linear pada I , dan setiap penyelesaiannya boleh ditulis dalam bentuk $\phi(x) = c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x)$ di mana c_1, c_2 adalah pemalar.

(60/100)

3. (a) Misalkan $y_1 = 3e^x + e^{x^2}$, $y_2 = 7e^x + e^{x^2}$ dan $y_3 = 5e^x + e^{-x^2} + e^{x^2}$ merupakan tiga penyelesaian bagi persamaan

$$y'' + f(x)y' + g(x)y = r(x).$$

Selesaikan masalah nilai awal

$$y'' + f(x)y' + g(x)y = r(x); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 .$$

(40/100)

(b) Pertimbangkan persamaan

$$(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 - x)y = 0 .$$

- (i) Tunjukkan bahawa $y = e^x$ adalah suatu penyelesaian bagi persamaan di atas.
- (ii) Dengan menggunakan kaedah penurunan peringkat, dapatkan penyelesaian kedua yang tak bersandar secara linear dengan penyelesaian di atas.
- (iii) Seterusnya, dengan menggunakan kaedah perubahan parameter, carikan penyelesaian am bagi

$$(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 - x)y = (x + 1)^2 .$$

(60/100)

.../3

4. (a) Carikan penyelesaian am bagi

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

jika ia mempunyai dua faktor pengamir $F_1(x, y) = xy^2$ dan $F_2(x, y) = x^2y$.

(20/100)

(b) Selesaikan

$$y''' + y' = 0; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 2.$$

(20/100)

(c) Carikan penyelesaian am bagi sistem

$$\underline{x}'(t) = A\underline{x}(t)$$

di mana

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(60/100)

- ooo00ooo -