

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang 1989/90

Mac/April 1990

MAT220 - Persamaan Pembezaan I

Masa: [3 jam]

---

Jawab semua soalan.

1. (a) Jika  $\phi(x,y) = c$  adalah suatu penyelesaian bagi persamaan  $p(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ ,

tunjukkan bahawa

$$p(x,y)\frac{\partial\phi}{\partial y} - Q(x,y)\frac{\partial\phi}{\partial x} = 0$$

(20/100)

- (b) Selesaikan persamaan

$$6y^2 dx - x(2x^3 + y)dy = 0.$$

(20/100)

- (c) Pertimbangkan persamaan

$$(1+y^2)y dx + (1+x^2)x dy = 0.$$

- (i) Persamaan ini adalah suatu persamaan dengan pembolehubah terpisahakan. Selesaikan persamaan ini.

- (ii) Tunjukkan bahawa

$$F(x,y) = \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}$$

adalah suatu faktor pengamir bagi persamaan tersebut di atas.

.../2

- (iii) Carikan suatu faktor pengamir yang lain yang tidak berkadar dengan  $F(x,y)$ .

(60/100)

2. (a) Selesaikan persamaan

$$2x^2y'y'' - xy'' + y' = 0.$$

(20/100)

- (b) Selesaikan persamaan

$$y'' + y = 3 \sin 2x + x \cos 2x$$

(30/100)

- (c) Tunjukkan bahawa persamaan Cauchy

$$x^3 y''' + ax^2 y'' + bxy' + cy = 0, \quad x > 0$$

boleh diperturunkan kepada suatu persamaan dengan koefisien-koefisien malar dengan menggunakan penggantian pembolehubah  $x = e^t$ .

Selesaikan persamaan Cauchy berikut dengan menggunakan kaedah ini.

$$x^3 y''' + 2x^2 y'' + xy' - y = 0.$$

(50/100)

3. (a) Carikan dua penyelesaian bagi masalah nilai awal

$$(y')^2 - xy' + y = 0, \quad y(2) = 1.$$

(25/100)

.../3

- (b) Tunjukkan bahawa  $\phi_1 = x^2 + 1$  dan  $\phi_2 = (x^2 + 1)\ln x$  membentuk suatu sistem asas penyelesaian bagi persamaan

$$x(x^2+1)^2y'' - (3x^2-1)(x^2+1)y' + 4x(x^2-1)y = 0 .$$

Carikan penyelesaian am bagi persamaan tak homogen

$$x(x^2+1)y'' - (3x^2-1)(x^2+1)y' + 4x(x^2-1)y = x^4 - 6x^2 + 1.$$

(40/100)

- (c) Tunjukkan bahawa  $y = x$  adalah suatu penyelesaian bagi persamaan Ricatti

$$y' = 1 + x + 2x^2 \cos x - (1+4x \cos x)y + 2(\cos x)y^2 .$$

Cari penyelesaian am persamaan tersebut.

(35/100)

4. (a) Katakan fungsi  $\phi_1, \phi_2$  dan  $\phi_3$  tak bersandar secara linear. Buktikan bahawa

$$y_1 = a\phi_1 - b\phi_2, \quad y_2 = c\phi_2 - d\phi_3, \quad y_3 = e\phi_3 - f\phi_1$$

tak bersandar linear jika  $ace - bdf \neq 0$ .

(20/100)

- (b) Cari penyelesaian am bagi persamaan

$$xy^{(4)} - 2y^{(3)} = x^3 .$$

(20/100)

- (c) Gunakan kaedah perubahan parameter untuk menyelesaikan sistem persamaan tak homogen

$$\vec{x}' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} e^t \\ t \end{bmatrix}$$

(60/100)

- ooo00ooo -