

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang 1988/89

Mac/April 1989

MAT101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Gunakan ketaksamaan segitiga bagi membuktikan yang berikut:

(i) $|a - b| \geq |a| - |b|$

(ii) $|a - b| \leq |a| + |b|$

(20/100)

(b) Diberi $f(x) = \sqrt{x - 5}$ dan $g(x) = \sqrt{7 - x}$.

(i) Cari fungsi gubahan $f \circ g$.

(ii) Cari domain dan julat fungsi gubahan $g \circ f$.

(iii) Cari selang(-selang) di mana fungsi h selanjar jika $h(x) = f(x)/g(x)$.

(iv) Jika $k(x) = [f(x)]^3$, dapatkan fungsi songsang k^{-1} .

(30/100)

(c) Dengan menggunakan konsep ϵ dan δ ,

(i) takrifkan had $f(x) = L$
 $x \rightarrow a$

(ii) buktikan had $(9 - \frac{x}{6}) = 8$ dan seterusnya, dapatkan nilai δ
 $x \rightarrow 6$
terbesar yang sesuai jika $\epsilon = 10^{-3}$.

(25/100)

.../2

(d) Nilaikan setiap yang berikut:

(i) had $f(x)$ jika $f(x) = (x^2 - 9)/(x - 3)$ bagi $x \neq 3$ dan $f(3) = 5$
 $x \rightarrow 3$

(ii) had $\frac{|\pi - x|}{x - \pi}$
 $x \rightarrow \pi$

(iii) had $\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} - 1\right)$
 $x \rightarrow 0$

(iv) had $(1 + h)^{1/h}$
 $h \rightarrow 0$

(v) had $\frac{e^x - e^{-x} - 2 \sin x}{x \sin x}$
 $x \rightarrow 0$

(25/100)

2. (a) Diberi $f(x) = \begin{cases} 6 - (x + 1)^2, & \text{jika } x < 0 \\ 5 + x & \text{jika } 0 \leq x < 2 \\ 6 & \text{jika } x = 2 \\ 13 - 3x & \text{jika } x > 2 \end{cases}$.

(i) Cari nombor-nombor di mana f tidak selanjar.

(ii) Tunjukkan bahawa f tidak terbezakan pada $x = 0$ dengan menggunakan takrif terbitan kanan dan kiri.

(30/100)

(b) Buktikan bahawa persamaan

$$x^5 + 7x^2 - 3x - 5 = 0$$

mempunyai punca di antara -2 dan -1.

(10/100)

(c) Cari $\frac{dy}{dx}$ jika

(i) $y = \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-1} + 1\right]^{-1}$

(ii) $y = 2^x \sin^3 4x$

(iii) $y = \ln \cosh \sqrt{4x^2 + 3}$

.../3

(iv) $y = (x^2 + 1)^{2x}$

(v) $y = |x^2 - 9|$

(30/100)

(d) Diberi bulatan $x^2 + y^2 = 25$.

(i) Cari persamaan garis tangen dan garis normal kepada bulatan pada titik (4, 3).

(ii) Cari y'' dalam sebutan x dan y .

(20/100)

(e) Cari satu polinomial darjah dua supaya $f(1) = 5$, $f'(1) = 3$ dan $f''(1) = -4$.

(10/100)

3. (a) Suatu lengkung C mempunyai perwakilan berparameter $x = 3t^2$,
 $y = 2t^3 + 2t$, t sebagai nombor nyata.

(i) Cari titik-titik di atas C di mana garis tangennya sama ada mengufuk atau mencancang.

(ii) Dapatkan persamaan dalam bentuk Cartesan, garis yang melalui asalan dan normal kepada C .

(iii) Cari d^2y/dx^2 .

(30/100)

(b) Jika $f(x) = -3x^5 + 5x^3$,

(i) cari minimum dan maksimum setempat,

(ii) cari selang-selang di mana f menokok dan selang-selang di mana f menyusut,

(iii) bincangkan kecekungan graf f ,

(iv) cari titik-titik lengkung balas,

(v) lakarkan graf f .

(40/100)

.../4

- (c) Dengan menggunakan pembeza, anggarkan $\sqrt[4]{83}$.

(10/100)

- (d) Tentukan asimptot-asimptot bagi fungsi

$$f(x) = \frac{x + 4}{x^2 - 16}$$

dan lakarkan graf f .

(20/100)

4. (a) Nilaikan kamiran-kamiran berikut:

(i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^3} dx$

(ii) $\int (\ln x)^2 dx$

(iii) $\int \frac{\sec^2 x}{2 \tan x + 1} dx$

(iv) $\int \frac{1}{x^3 \sqrt{x^2 - 25}} dx$

(v) $\int \frac{x + 34}{(x - 6)(x + 2)} dx$

(40/100)

- (b) Buktikan bahawa $\int_0^1 \frac{4}{1 + x^2} dx = \pi$ dan kemudian gunakan Petua

Simpson untuk menganggar π dengan membahagikan selang $[0, 1]$ kepada 10 subselang sekata.

(20/100)

.../5

- (c) Cari luas rantau yang bersempadankan graf-graf bagi persamaan $y = 4\sqrt{16 - x^2}$, $x = -2$, $x = 2$ dan $y = 0$.

(20/100)

- (d) Cari isipadu pepejal yang terjana apabila kawasan yang dilingkungi oleh graf $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$, $y = 0$, $x = 0$ dan $x = 1$ dikisarkan mengelilingi paksi-y.

(20/100)

- ooo00ooo -