

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1989/90

Jun 1990

MAT101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Nyatakan Teorem Kedua Asasi Kalkulus
Takrif $F(x)$ sebagai

$$F(x) = \int_1^x (t^3 + 1) dt$$

- (i) Gunakan Teorem Kedua Asasi Kalkulus untuk mencari $F'(x)$.
- (ii) Semak hasil (i) dengan mengamirkan dahulu dan kemudian baharulah dibezakan.
- (b) Nilaikan kamiran-kamiran berikut:

(i) $\int x^3 \sqrt{(x^2 + 5)^2} dx$

(ii) $\int \frac{y}{\sqrt{1+y}} dy$

(iii) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

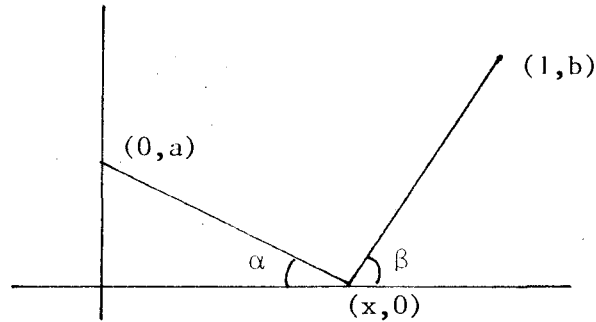
(iv) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$

(100/100)

2. (a) Dapatkan titik maksimum dan minimum setempat bagi

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x = 1/n \quad \text{untuk suatu } n \in \mathbb{N} \\ 0 & , \quad \text{yang lain.} \end{cases}$$

- (b) Suatu garis lurus dilakarkan dari titik $(0, a)$ ke paksi mengufuk dan kemudian balik ke $(1, b)$. Buktikan bahawa panjang garis keseluruhan adalah terpendek apabila sudut-sudut α dan β sama.



- (c) Jika $a_1 < \dots < a_n$, dapatkan nilai minimum bagi

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$$

(100/100)

3. (a) Katakan

$$g(x) = (x + a)$$

Buktikan (bermula dari takrif) bahawa

$$g'(x) = f'(x + a)$$

Dengan ini, jika $f(x) = (x + 3)^5$, dapatkan $f'(x)$ dan juga $f'(x + 3)$.

- (b) Buktikan bahawa, jika $f(x) = \sqrt{x}$, maka

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}, \quad \text{untuk } a > 0.$$

- (c) Dapatkan $f'(0)$ jika

$$f(x) = \begin{cases} g(x) \sin(1/x) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

dan

$$g(0) = g'(0) = 0.$$

(100/100)

4. (a) (i) Buktikan teorem berikut:

Jika f terbeza pada a , maka f selanjar pada a .

- (ii) Adakah kenyataan sebaliknya untuk teorem ini benar?

Beri contoh-contoh tertentu untuk menguatkan jawapan anda.

- (b) Untuk fungsi polinomial $f(x) = x^5 + 5x^4 + 2x + 1$, dapatkan satu integer a supaya $f(x) = 0$ untuk suatu x di antara a dan $a + 1$.

- (c) Nilaikan:

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

(ii) $\lim_{y \rightarrow x} \frac{x^n - y^n}{x - y}$

(100/100)

5. (a) Buktikan rumus berikut secara aruhan:

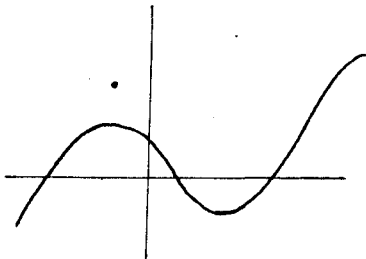
$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

Dengan ini dapatkan satu rumus untuk

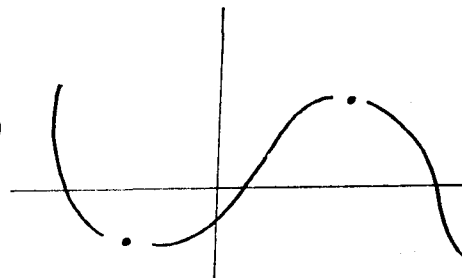
$$\sum_{i=1}^n (2i-1)^2 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2.$$

- (b) Diberi graf-graf berikut. Graf-graf manakah yang mewakili fungsi? Anda dikehendaki memberi penjelasan kepada jawapan anda.

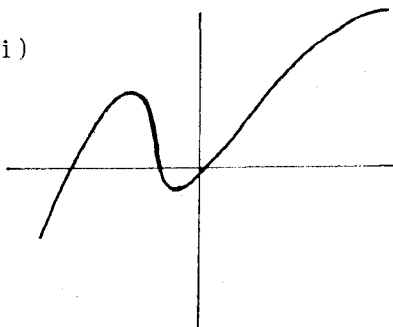
(i)



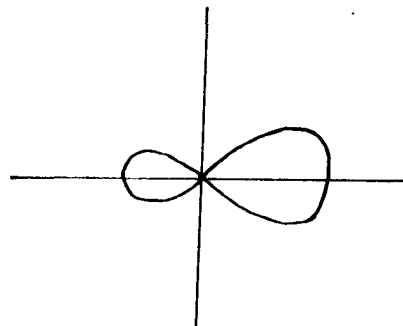
(ii)



(iii)



(iv)



(c) Lakarkan set semua titik (x, y) yang memuas syarat

$$\frac{1}{x + y} \text{ satu integer.}$$

(d) Diberi $f(x) = \sqrt{x}$, dapatkan satu δ supaya

$$|f(x) - 1| < \varepsilon \quad \forall x \text{ memuaskan } 0 < |x - 1| < \delta.$$

(100/100)

- ooo00ooo -