

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1990/91

Jun 1991

MAT 101 - KALKULUS

Masa : [3 jam]

Jawab kelima-lima soalan.

1. (a) Selesaikan ketaksamaan berikut

(i) $\frac{4}{x-3} > 1 + \frac{16}{x^2-9}$

(ii) $\left| \frac{2-3x}{x+1} \right| \leq 5$

(b) Tentukan had berikut, jika wujud

(i) had $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$

(ii) had $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x^{(\sin x) - x}$

(iii) had $\lim_{x \rightarrow \infty} [x - x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})]$

(iv) had $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{\int_0^x e^{t^2} dt}$

(b) Tunjukkan bahawa fungsi $F(x) = 5x^4 + 8$ bukan fungsi satu dengan satu.

Bagaimana domain F dapat dibataskan supaya fungsi ini menjadi satu dengan satu.

Cari songsang F yang dibataskan dan nyatakan domainnya.

(100/100)

.../2

2. (a) Bagi fungsi $f(x) = 1 + x + \frac{1}{2x^2}$

- (i) Nyatakan selang-selang f menokok atau menyusut.
- (ii) cari titik-titik genting dan ekstremum setempat jika wujud.
- (iii) bincangkan kecengkungan graf dan tentukan titik lengkok balas jika wujud.
- (iv) cari asimptot mencancang dan asimptot mengufuk.
- (v) lakarkan graf.

(b) Dengan menggunakan pembeza cari nilai hampiran bagi $\sqrt[3]{7.95}$

(c) Cari luas kawasan di antara $f(x) = 3 + x^{2/3}$ dan $g(x) = 3x^2 + 1$.

(100/100)

3. (a) Buktikan dengan menggunakan konsep $\epsilon - \delta$ bahawa

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2 - 5x) = -13$$

Apakah nilai δ jika $\epsilon = 0.005$

(b) Nyatakan takrif bagi suatu fungsi yang selanjar pada suatu nombor c . Guna takrif tersebut untuk menentukan sama ada fungsi berikut selanjar pada c yang diberikan.

$$(i) f(x) = \begin{cases} 4x - 3 & , |x| < 1 \\ x^2 & , |x| \leq 1 \end{cases} \quad c = -1$$

$$(ii) f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|} \quad , \quad x \neq 0 \quad c = 0$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-6} & , x \geq 6 \\ 0 & , x < 6 \end{cases} \quad c = 6$$

Guna takrif terbitan untuk menentukan sama ada fungsi (iii) terbezakan pada $c = 6$

.../3

(c) Cari $\frac{dy}{dx}$ jika

(i) $y = \ln \sin^{-1} (e^{-x})$

(ii) $y = x^{xe^x}$

(iii) $y = \frac{(e^x - 5x) \sqrt{x^2 - 3}}{(x^2 - 3)^4}$

(iv) $y \sec^2 xy - 12x^2 = 0$

(100/100)

4. (a) Cari $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$ jika

$$x^3 + y^3 - 5x^2y + 25 = 0$$

Cari persamaan garis tangen dan persamaan garis normal lengkungan di atas pada titik (2, 3).

(b) Cari isipadu pepejal yang dijanakan apabila kawasan yang dibatasi oleh

$$y = e^{-x}, y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 3$$

dikisar mengelilingi paksi - x.

(c) Sahkan bahawa fungsi-fungsi berikut

(i) $f(x) = \frac{x - 2}{x + 2}$, $a = 0$, $b = 3$

(ii) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$, $a = 0$, $b = 2$

memenuhi syarat teorem nilai min pada $[a, b]$. Dapatkan nombor c di dalam (1, 3) yang memenuhi keputusan teorem nilai min.

(100/100)

.../4

5. (a) Katakan $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$

(i) Cari titik-titik genting, maksimum setempat dan minimum setempat bagi f jika wujud

(ii) Cari had $f(x)$ dan had $f(x)$
 $x \rightarrow \infty$ $x \rightarrow -\infty$

(iii) Adakah wujud ekstremum mutlak bagi f .

(b) Buktikan bahawa

$$\frac{d}{dx} \left[\int_{h(x)}^{g(x)} f(t) dt \right] = f(g(x)) \frac{dg(x)}{dx} - f(h(x)) \frac{dh(x)}{dx}$$

Nilaikan $\frac{d}{dx} \int_{3\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} (1 + t^2)^{4/5} dt$.

(c) Nilaikan

(i) $\int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

(ii) $\int x \sqrt{1 - \frac{x}{2}} dx$

(iii) $\int \sin \theta \ln \cos \theta d\theta$

(iv) $\int \frac{dx}{x^3 + x}$

(v) $\int \frac{x^5 + 1}{x^6 + 2x} dx$