

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1989/90

Jun 1990

MAK291 - Matematik II

Masa: [3 jam]

---

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Diberi

$$u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

cari semua terbitan peringkat pertama untuk fungsi  $u(x, y, z)$   
dan cari  $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$ .

(b) Jika suatu fungsi  $z(x, y)$  ditakrifkan oleh persamaan

$$z(z^2 + 3x) + 3y = 0$$

cari

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

(c) Diberi  $z = \frac{1}{x} f(xy) + y f(x+y)$ , cari  $z_x$ .

(d) Cari nilai maksimum bagi fungsi

$$f(x, y, z) = x + 2y + 2z$$

tertakluk kepada  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

(100/100)

.../2

2. (a) Nilaikan

$$\iint_D x^2 y \, dy dx$$

D ialah rantau yang dibatasi oleh lengkung-lengkung  $y = x^2$  dan  $y^2 = x$ .

(b) Nilaikan

$$\iint_D \log(x^2+y^2) \, dx dy$$

dengan  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2+y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .

(c) Nilaikan kamiran berikut

$$\iiint_V (x^2+y^2+z^2) \, dx dy dz$$

V adalah rantau di dalam kon  $x^2+y^2-(1-z)^2 = 0$  dengan  $0 \leq z \leq 1$ .

(100/100)

3. (a) Terangkan istilah-istilah: *titik biasa*, *titik singular*, *titik singular nalar* dan *titik singular tak nalar*.

Tentukan sama ada titik-titik -1, 0 dan 1 adalah titik biasa, titik singular nalar atau titik singular tak nalar bagi persamaan berikut:

$$x(1-x^2)^3 y'' + (1-x^2)^2 y' + 2(1+x)y = 0$$

(b) Dapatkan penyelesaian siri kuasa bagi persamaan berikut di sekitar titik  $x = 0$

$$2xy'' + y' + y = 0$$

(100/100)

.../3

4. (a) Jika fungsi  $f$  adalah suatu fungsi genap, buktikan bahwa

$$\int_{-2\pi}^{2\pi} f(x) dx = 2 \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

(b) Plotkan graf untuk fungsi

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < \pi \\ 1, & x = \pi \\ 2, & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

dengan  $f(x+2\pi) = f(x)$  di dalam selang  $[-2\pi, 4\pi]$ .  
Tentukan had kiri dan had kanan pada titik  $x = \pi$ . Adakah fungsi ini selanjutnya demi demi? Terangkan.

(c) Cari siri Fourier bagi fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

dan lakarkan graf untuk fungsi yang diwakili oleh siri ini di dalam selang  $(-3\pi, 3\pi)$ .

Deduksikan nilai siri berikut

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$$

(100/100)

5. (a) Tunjukkan bahawa fungsi

$$u(x, t) = \phi(x-ct) + \psi(x+ct)$$

( $\phi$  dan  $\psi$  adalah fungsi-fungsi sebarang) memenuhi persamaan

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Berikan suatu tafsiran fizikal untuk fungsi-fungsi  $\phi(x-ct)$ ,  $\psi(x+ct)$  dan  $u(x, t)$ .

.../4

(b) Selesaikan persamaan haba

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < L$$

tertakluk kepada syarat-syarat

$$\begin{aligned} u(0, t) &= 0, & t > 0 \\ u_x(L, t) &= 0, & t > 0. \\ u(x, 0) &= x, & 0 < x < L \end{aligned}$$

Berikan suatu tafsiran fizikal untuk masalah di atas.

(100/100)

- ooo000ooo -