

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1989/90

Okt/Nov 1989

MAK291 - Matematik II

Masa: [3 jam]

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Cari semua terbitan separa berperingkat satu dan juga  $u_{xx}$  untuk

$$u(x, y, z) = \sin(x^2 + y^2 + z^2)$$

- (b) Cari  $z_x$  dan  $z_y$  jika  $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$ .

- (c) Diberi  $z^3 + 3xyz = a^3$  dengan  $a$  pemalar, cari  $z_x$ ,  $z_y$  dan  $z_{xx}$ .

- (d) Cari jarak maksimum dari asalan (0,0) ke lengkung

$$3x^2 + 3y^2 + 4xy - 2 = 0.$$

(100/100)

2. (a) Nilaikan

$$\int_1^2 \int_0^x x \, dy \, dx$$

- (b) Lakarkan domain pengamiran untuk

$$\int_0^a \int_{a-x}^{\sqrt{a^2-x^2}} xy \, dx \, dy$$

dan nilaikan kamiran ini.  $a$  adalah suatu pemalar.

- (c) Cari isipadu suatu objek yang dibatasi di sebelah atas oleh sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  dan di bawah oleh kon

$$z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$$

(100/100)

.../2

3. (a) Tentukan sama ada titik-titik -1 dan 0 adalah titik biasa, titik singular nalar atau titik singular tak nalar bagi setiap persamaan berikut:

$$(i) \quad x^2(1-x^2)y'' + \frac{2}{x}y' + 4y = 0$$

$$(ii) \quad x^2y'' + 2(e^x-1)y' + (e^{-x} \cos x)y = 0$$

- (b) Dapatkan penyelesaian siri kuasa di sekitar titik  $x = 0$  bagi persamaan

$$4xy'' + 6y' + y = 0$$

(100/100)

4. (a) Tentukan sama ada fungsi-fungsi berikut genap, ganjil atau bukan genap/ganjil:

$$(i) \quad x|x|$$

$$(ii) \quad x^3f(x^2)$$

$$(iii) \quad \log x$$

$$(iv) \quad \sin x + \cos x$$

- (b) Kembangkan fungsi  $f(x) = x$ ,  $0 < x < 2$  di dalam bentuk suatu

(i) siri sinus Fourier separuh julat,

(ii) siri kosinus Fourier separuh julat.

Lakarkan graf bagi siri-siri yang diperolehi di atas pada selang  $(-4, 4)$ .

Ke nilai apakah siri-siri ini menumpu pada titik-titik  $x = 0, 1, 2$ ?

(100/100)

5. (a) Tunjukkan bahawa persamaan gelombang

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

boleh dijemakan kepada bentuk

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

dengan menggunakan pertukaran pembolehubah

$$\xi = x - ct, \quad \eta = x + ct.$$

.../3

Tunjukkan bahawa penyelesaian  $u(x, t)$  berbentuk

$$u(x, t) = \phi(x-ct) + \psi(x+ct)$$

dengan  $\phi$  dan  $\psi$  sebagai fungsi-fungsi sebarang.

(b) Selesaikan persamaan haba

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < l$$

tertakluk kepada syarat-syarat

$$u(x, 0) = U_0 x, \quad 0 < x < l$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u_x(l, t) = 0, \quad t > 0.$$

dengan  $U_0$  pemalar.

Berikan suatu tafsiran fizikal untuk masalah di dalam bahagian (b) ini.

(100/100)

- ooo000ooo -