

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1989/90

Oktober/November 1989

MAK191 - Matematik I

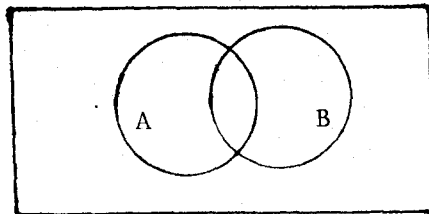
Masa: [3 jam]

Jawab ENAM (6) soalan sahaja.

1. (i) Lorekkan rantau yang mewakili set

$$A' \cap (A \cup B')$$

di dalam gambarajah Venn berikut.



(15/100)

- (ii) Jika $B \cap C = \phi$ dan $B \cup C = U$, apa yang dapat anda simpulkan mengenai set B' dan C' ?

(15/100)

- (iii) Buktikan secara aruhan matematik bahawa $n(n + 1)$ dapat dibahagikan dengan 2 untuk setiap $n \in \mathbb{N}$.

(40/100)

- (iv) Cari panjang bagi lengkungan

$$y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

di antara $x = -1$ dan $x = 1$.

(30/100)

.../2

2. (i) Cari had $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+h} - \sqrt{3}}{h}$

(15/100)

(ii) Apakah yang dimaksudkan dengan fungsi $f(x)$ selanjar pada titik $x = c$?
Tentukan nilai pemalar k supaya fungsi

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & x \leq 3 \\ kx^2 - 1 & x > 3 \end{cases}$$

adalah selanjar pada $(-\infty, \infty)$.

(40/100)

(iii) Cari titik maksimum bagi lengkungan $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 4}$

dan tunjukkan bahawa terdapat titik-titik lengkok balas pada $(0, \frac{1}{4})$ dan $(-2, \frac{1}{4})$.

(45/100)

3. (i) Tentusahkan identiti berikut

(a) $\tan(\cos^{-1} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

(b) $\sec^2(\tan^{-1} x) = 1 + x^2$

(30/100)

(ii) Selesaikan

$$(1 - x^2) \frac{dy}{dx} - xy = 1$$

(30/100)

(iii) Tunjukkan persamaan pembezaan

$$(xe^{y/x} + y)dx - xdy = 0$$

adalah homogen dan cari penyelesaian amnya.

(40/100)

4. (i) Selesaikan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} = xe^{(y-x^2)}$$

jika diberi $y(0) = 0$.

(ii) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 6x + 6e^{-x}$$

(iii) Selesaikan

$$\frac{1}{|x-4|} < \frac{1}{|x+7|}$$

5. (i) Jika

$$I_n = 1 - n \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin x \cos^{n-1} x \, dx$$

tunjukkan bahawa, untuk $n \geq 2$,

$$(a) \quad I_n = 1 - n \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin x \cos^{n-1} x \, dx$$

$$(b) \quad (n^2 + 1)I_n = 1 + n(n-1)I_{n-2}$$

Dengan ini tunjukkan

$$I_6 = \frac{263 - 144e^{-\frac{\pi}{2}}}{629}$$

(50/100)

(ii) Dengan menggunakan penggantian $y = x + 1$, atau cara lain, nilaikan

$$\int_{-1}^2 \frac{3}{x^2 + 2x + 10} \, dx$$

(25/100)

.../4

(iii) Selesaikan

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{(x + 2)(x^2 + 3)} dx$$

(25/100)

6. (i) Cari nilai-nilai λ supaya sistem persamaan linear berikut adalah konsisten

$$\begin{aligned} 5x + (\lambda + 1)y - 5 &= 0 \\ (\lambda - 1)x + 7y + 5 &= 0 \\ 3x + 5y + 1 &= 0 \end{aligned}$$

(60/100)

(ii) Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, cari rumus untuk A^n .

(40/100)

7. (a) Diberikan matriks $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & p \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(i) Tentukan nilai-nilai p supaya B^{-1} wujud.

(ii) Dapatkan rumus untuk B^{-1} di dalam sebutan p tersebut.

(60/100)

(b) Tunjukkan bahawa $(a + b + c)$ ialah suatu faktor bagi penentu

$$\begin{vmatrix} b + c & a & a^3 \\ c + a & b & b^3 \\ a + b & c & c^3 \end{vmatrix}$$

dan tuliskan penentu ini sebagai hasil darab lima faktor.

(40/100)