
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2006/2007

Oktober/November 2006

EUM 222 – KEBARANGKALIAN DAN STATISTIK GUNAAN

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEBELAS** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **ENAM** soalan.

Jawab **EMPAT** soalan. Jika calon menjawab lebih daripada empat soalan hanya empat soalan pertama mengikut susunan dalam skrip jawapan akan diberi markah.

Gunakan $\alpha = 0.05$ jika nilai α tidak diberikan dalam soalan.

Mesinkira boleh digunakan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Semua soalan hendaklah dijawab dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.

...2/-

1. (a) Terangkan dengan jelas maksud kovarians and korelasi.
Describe clearly the meaning of covariance and correlation.
- (b) Terangkan dengan jelas maksud istilah tak bersandar antara dua pembolehubah rawak selanjar X dan Y .

Explain clearly the meaning of independence between two continuous random variables X and Y .

- (c) Jika X dan Y adalah pembolehubah rawak tak bersandar daripada taburan bivariat diskret, tunjukkan bahawa nilai korelasi antara X dan Y adalah sifar.

Show that if X and Y are independent variables from the discrete bivariate distribution, then the value of the correlation between X and Y is zero.

(10 markah)

- (d) Andaikan X menandakan suhu kereta ($^{\circ}C$) dan andaikan bahawa Y menandakan masa minit untuk menghidupkan enjin kereta. Taburan kebarangkalian bercantum bagi X dan Y diberikan seperti berikut:

Let X denote the temperature ($^{\circ}C$) and let Y denote the time minutes that it takes to start the car's engine. The joint probability distribution of X and Y is given below:

$$f(x, y) = c(4x + 2y + 1) \quad 0 \leq x \leq 40, 0 \leq y \leq 2$$

- (i) Dapatkan nilai c yang menjadikan taburan di atas sebagai fungsi ketumpatan kebarangkalian.

Find the value of c that makes this a probability density function.

- (ii) Cari kebarangkalian bahawa suhu kereta melebihi 20°C dan masa untuk menghidupkan enjin kereta ialah sekurang-kurangnya 1 minit.

Find the probability that the temperature will exceed 20°C and it will take at least 1 minute to start the car's engine.

- (iii) Adakah X dan Y tak bersandar?

Are X and Y independent?

(15 markah)

2. (a) Andaikan X adalah pembolehubah rawak binomial dengan parameter n and p . Dapatkan penganggar kebolehjadian maksimum bagi p berdasarkan sampel rawak bersaiz N .

Let X be a binomial random variable with parameters n and p . Find the maximum likelihood estimates of p based on a random sample of size N .

(Taburan binomial ialah $\Pr(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$)

(The binomial distribution is $\Pr(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$)

(9 markah)

...4/-

- (b) Satu sistem RAM dinamik 16kbit telah dihasilkan oleh sebuah syarikat. Kebarangkalian kegagalan sistem itu ialah 0.2. Satu teknologi baru telah diperkenalkan yang diharapkan boleh mengurangkan kegagalan. Sampel rawak bersaiz 20 telah diperolehi dan jumlah kegagalan direkodkan.

The probability of failure for 16kbit dynamic RAM systems from a firm is 0.2. A new technology has been introduced which is hoped to reduce failures. A random sample of 20 systems was monitored and the number of errors were recorded.

- (i) Nyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif yang sesuai.
Set up an appropriate null and alternative hypothesis.
- (ii) Terangkan secara praktik akibat berlakunya Ralat Jenis I dan Ralat Jenis II.
Explain in a practical sense the consequences of making a Type I and a Type II error.
- (iii) Jika hipotesis nol adalah benar, apakah jumlah kegagalan yang dijangkakan bagi 20 sampel rawak itu.
If the null hypothesis is true, what is the expected number of failures for the 20 random samples.
- (iv) Hipotesis nol ditolak jika terdapat sebanyak-banyaknya 1 kegagalan. Cari kebarangkalian berlakunya Ralat Jenis I.
The null hypothesis is rejected if there are at most 1 failure. Find the probability of a Type I error.
- (v) Cari β jika kadaran sebenar ialah $p = 0.1$.
Find β if the true proportion is $p = 0.1$.
- (vi) Cari kuasa bagi ujian ini.
Find the power of this test.

(16 markah)

...5/-

3. (a) Andaikan $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$ ialah sampel rawak bersaiz n_1 daripada taburan normal dengan min μ_1 dan varians σ_1^2 . Andaikan $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ ialah sampel rawak bersaiz n_2 daripada taburan normal dengan min μ_2 dan varians σ_2^2 . Andaikan kedua-dua sampel adalah tak bersandar antara satu sama lain.

Let $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$ be a random sample of size n_1 from the normal distribution with mean μ_1 and variance σ_1^2 . Let $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ be a random sample of size n_2 from the normal distribution with mean μ_2 and variance σ_2^2 . Assume that both samples are independent of each other.

- (i) Cari $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ dan $V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$.
Find $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ and $V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$.
- (ii) Dapatkan selang keyakinan $(1 - \alpha)100\%$ bagi $\mu_1 - \mu_2$ jika diandaikan bahawa n_1 dan n_2 bersaiz kecil dan $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ tetapi tak diketahui nilainya.

Find the $(1 - \alpha)100\%$ confidence interval for $\mu_1 - \mu_2$ with the assumption that n_1 and n_2 is small and $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ but the values are not known.

(12 markah)

...6/-

- (b) Data berikut ialah mengenai output kuasa dalam kilowatt bagi dua motor yang digunakan dalam kereta kecil.

The data below shows the power output in kilowatts of two new diesel motors for small cars.

Pancitan bahan api secara langsung <i>Direct fuel injection</i>				Pancitan bahan api secara tak langsung <i>Indirect fuel injection</i>			
38.5	38.2	39.2	38.5	38.9	38.3	38.4	39.0
38.9	38.0	39.1	39.1	37.7	37.2	38.4	
37.4	37.6	39.0	38.0	38.2	37.0	37.9	
39.0	37.7	38.1	37.4	38.2	37.5	39.7	

Bentukkan selang keyakinan 95% berdasarkan kepada perbezaan min bagi output kuasa. Andaikan bahawa setiap sampel dikutip daripada taburan normal dan $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ tetapi tak diketahui nilainya.

Construct a 95% confidence interval based on the mean difference of the power output. Assume that the each sample comes from the normal distribution and $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ but the values are unknown.

(13 markah)

4. Suatu kajian telah dilakukan untuk menganggarkan perbezaan dalam kelajuan angin (dalam m/s) jika disukat pada paras bumi dan melalui satelit. Oleh itu, kelajuan angin disukat menggunakan dua kaedah tersebut secara serentak pada 12 masa yang telah ditetapkan. Data berikut mengenai kelajuan angin telah diperolehi:

A study was conducted to estimate the difference in wind speed (in m/s) as measured on the ground and via the satellite. To do so, wind speeds are measured using two methods simultaneously at 12 specified times. The following data on wind speed are obtained:

Masa Time	Bumi Ground (x)	Satelit Satellite (y)
1	4.46	4.08
2	3.99	3.94
3	3.73	5.00
4	3.29	5.20
5	4.82	3.92
6	6.71	6.21
7	4.61	5.95
8	3.87	3.07
9	3.17	4.76
10	4.42	3.25
11	3.76	4.89
12	3.30	4.80

- (i) Adakah x dan y tertabur secara normal?
Are x and y normally distributed?
- (ii) Dapatkan pekali korelasi antara x dan y .
Find the correlation coefficient between x and y .

...8/-

- (iii) Ujikan hipotesis bahawa min kelajuan angin yang disukat pada paras bumi adalah berbeza dengan min kelajuan angin yang disukat menggunakan satelit.

Test the hypothesis that the mean wind speed measured from the ground is different from the mean wind speed when it is measured using the satellite.

(25 markah)

5. (a) Andaikan bahawa $Y_{(n \times 1)} = X_{(n \times p)}\beta_{(p \times 1)} + \varepsilon_{(n \times 1)}$ adalah bentuk matriks bagi regresi linear berganda.

Let $Y_{(n \times 1)} = X_{(n \times p)}\beta_{(p \times 1)} + \varepsilon_{(n \times 1)}$ be the matrix form of the multiple linear regression.

- (i) Apakah yang dimaksudkan dengan kelinearan dalam regresi linear berganda?

What do you mean by linearity in multiple linear regression?

- (ii) Dengan menggunakan kaedah kuasa dua terkecil, cari penganggar bagi β .

By using the least squares method, find the estimate for β .

- (iii) Tunjukkan bahawa penganggar bagi β yang diperolehi (ii) di atas adalah saksama.

Show that the estimate of β given in (ii) above is unbiased.

(10 markah)

- (b) Seorang jurutera sedang membuat kajian mengenai sejenis polimer yang digunakan untuk mengasingkan sisa toksik daripada air. Ujikaji telah dilakukan pada 5 suhu berlainan. Tindakbalas bagi ujikaji ini ialah peratusan bendasing yang diasingkan pada 5 suhu itu. Data yang berikut telah diperolehi:

An engineer is studying about a polymer to be used in removing toxic wastes from water. Experiments were conducted at 5 different temperatures. The response is the percentage of impurities removed at the 5 different temperatures. The following data were obtained:

Suhu I <i>Temp I</i>	Suhu II <i>Temp II</i>	Suhu III <i>Temp III</i>	Suhu IV <i>Temp IV</i>	Suhu V <i>Temp V</i>
40	36	49	47	55
35	42	51	49	60
42	38	53	51	62
48	39	53	52	63
50	37	52	50	59
51	40	50	51	61

Ujikan hipotesis nol bahawa min peratusan bendasing yang diasingkan pada 5 suhu berlainan adalah sama.

Test the null hypothesis that the mean percentage of impurities removed at 5 different temperatures are equal.

(15 markah)

...10/-

6. (a) Terangkan dengan jelas EMPAT skala sukatan dan berikan contoh bagi setiap skala itu.

Describe clearly FOUR scales of measurements and give an example for each.

(6 markah)

- (b) Seorang jurutera elektrik perlu merekabentuk suatu litar yang boleh mengalirkan cukup arus elektrik kepada tiub. Dua litar telah direkabentuk dan data (dalam mikroamperes) diperolehi:

An electrical engineer must design a circuit to deliver enough electric current to a tube. Two circuits were designed and the following data (in microamperes) were obtained:

Litar 1	251	255	258	257	250	251	254	250	248
Litar 2	250	253	249	256	259	252	260	251	

Ujikan sama ada min arus elektrik sebenar menggunakan litar 1 adalah lebih besar daripada min arus elektrik sebenar menggunakan litar 2. Gunakan ujian tak berparameter yang sesuai.

Test whether the actual mean current using circuit 1 is more than the actual mean current using circuit 2. Use an appropriate non-parametric test.

(10 markah)

- (c) Kajian mengenai kegagalan suatu komponen elektrik sedang dilakukan. Terdapat empat jenis kegagalan yang boleh berlaku dan dua kedudukan cagak bagi alat itu. Data berikut diperolehi:

A study about the failures of an electronic component was done. There are four possible types of failures and two mounting positions for the device. The following data are obtained:

	Jenis kegagalan <i>Failure type</i>			
Kedudukan cagak <i>Mounting position</i>	A	B	C	D
1	22	46	18	9
2	4	17	6	12

Bolehkah anda membuat kesimpulan bahawa jenis kegagalan adalah tak bersandar dengan kedudukan cagak?

Would you conclude that types of failure is independent of the mounting positions?

(9 markah)