UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Pepriksaan Semester Kedua
Sidang 1988/89

Mac/April 1989

CST202 - Kejuruteraan Sofwer

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. (Jumlah markah ialah 100 dan jumlah soalan ialah 4).

Semua soalan mesti dijawab dengan menggunakan Bahasa Malaysia.

1. (a) Jawab soalan-soalan berikut dengan seringkas yang boleh. Hadkan jawapan anda kepada 1 muka surat untuk setiap soalan tersebut.

(i) Terangkan dengan ringkas tentang apa yang menjadi tumpuan bidang kejuruteraan perisian.

(4 markah)

(ii) Sering dikatakan bahawa "membangunkan satu sistem perisian yang besar" adalah satu masalah yang rumit. Huraikan.

(5 markah)

(iii) Pada pendapat anda, apakah perkara-perkara yang boleh merumitkan proses penyelenggaraan sesuatu sistem perisian yang besar.

(5 markah)

...2/-

(b) Sampaikan ayat-ayat yang ditulis di dalam Bahasa Malaysia berikut di dalam bentuk ungkapan-ungkapan logik setepat mana yang boleh.
(Perhatian dan contoh ada diberikan untuk soalan bahagian ini).

(i) Baki hasil bahagi dua nombor integer positif adalah kurang dari nombor yang menjadi pembahagi.

(2 markah)

(ii) Untuk setiap nombor integer n yang besar atau sama dari 1, didapati bahawa n^2 adalah sama dengan hasil tambah n nombor ganjil yang pertama.

(3 markah)

(iii) Sesuatu nombor tabii itu dipanggil nombor genap jika ia boleh dibahagi dengan tepat oleh nombor 2.

(3 markah)

(iv) Apabila n itu nombor integer dan di samping itu lebih besar dari 2, maka persamaan $x^n + y^n = z^n$ tidak boleh diselesaikan untuk mendapatkan nilai-nilai integer positif untuk x, y, dan z sebagai jawapan.

(3 markah)

Contoh:

Ayat: Suatu nombor integer yang terbesar tidak wujud.

Ungkapan logik: $\neg \exists i \in Z \bullet \forall j \in Z \bullet i \geq j$

Perhatian:

Jika perlu anda boleh gunakan fungsi-fungsi yang ditakrifkan seperti berikut:

(i) MOD (i : N, j : N_1) r:N

pre-MOD (i,j) $\triangleq$ benar
post-MOD (i,j,r) $\triangleq \exists k \in N \bullet k * j + r = i \wedge r < j$

(ii) ganjil : Z --> B
ganjil (x) $\triangleq |x|$ mod 2 = 1

(iii) genap : Z --> B
genap (x) $\triangleq \neg$ ganjil (x)

...3/-

2. (a) Beri takrif tersirat untuk fungsi-fungsi seperti yang diperihalkan. Jika perlu takrifkan beberapa sub-fungsi untuk membuat takrif anda senang difahami. Takrif sub-fungsi boleh dibuat samada dengan secara langsung atau tersirat.

(i) Fungsi BAHAGI yang membuat pembahagian ke atas satu nombor integer positif (m) dengan menggunakan satu nombor integer positif (n) sebagai pembahagi. Ia akan mengembalikan hasil bahagi (h). Sebagai contoh BAHAGI(6,4)=1.

(Perhatian: Jangan gunakan MOD atau DIV).

(4 markah)

(ii) Fungsi NMAKS yang mengembalikan nombor maksima di kalangan satu set nombor-nombor tabii.

(4 markah)

(iii) Fungsi KP yang mengembalikan satu nombor perdana yang terdapat di dalam satu set nombor-nombor integer. Jika tiada nombor perdana yang wujud, kembalikan nilai 0.

(6 markah)

(b) (i) Berikut ialah satu takrif langsung fungsi:

Anih : N x N --> N
Anih (i,j) $\triangleq$ if i=j then 0 else Anih (i,j+1)+1

Apakah yang dilakukan oleh fungsi Anih ini?

Apakah kekangan terhadap input supaya output fungsi ini wujud?

Berikan satu takrif tersirat untuk fungsi anih ini.

(6 markah)

...4/-

(ii) Fungsi g ditakrifkan oleh seorang ahli matematik seperti berikut:

$$g(x)= \begin{cases} h(x) & \text{jika } x > 4 \\ t(x) & \text{jika } x \leq 4 \end{cases}$$

yang mana x terdiri dari nombor tabii, fungsi h mempunyai tandatangan h: N --> N, dan fungsi t mempunyai tandatangan t:N --> N.

Dua takrif tersirat berikut diberi sebagai spesifikasi formal untuk fungsi g:

a-g (x : N) r : N
pre-g (x) $\triangleq$ benar
post-g (x,r) $\triangleq$ (x > 4 => r =h(x)) $\wedge$
(x $\leq$ 4 => r = t(x)).

b- g(x : N) r : N
pre-g(x) $\triangleq$ benar
pos-g(x) $\triangleq$ (x>4 $\wedge$ r=h(x)) $\vee$ (x≤4 $\wedge$ r=t(x))

Bolehkah kedua-dua takrif ini diterima? Mengapa?

(5 markah)

3. (a) Buktikan bahawa takrif langsung untuk fungsi-fungsi berikut memenuhi takrif tersirat untuknya:

<u>Takrif tersirat</u>

f(m : N, n : N) r : N
pre-f (m,n) $\triangleq$ benar
post-f (m,n,r) $\triangleq$ (n*(n+1))/2+m=r

<u>Takrif langsung</u>

f : N x N --> N
f(m,n) $\triangleq$ if n=0 then m
else n + f(m,n-1)

Anda perlu buktikan tuntutan:
$\forall$m,n∈N•pre-f(m,n) => f(m,n) ∈ N $\wedge$ post-f(m,n,f(m,n))
iaitu:
m,n∈N $\vdash$ pre-f(m,n) => f(m,n) ∈N $\wedge$ post-f(m,n,f(m,n))

(10 markah)

...5/-

(b) Berikan spesifikasi untuk operasi-operasi yang bersifat seperti yang diberikan.

OP1:

* Hujahnya suatu nombor tabii melalui parameter input y.

* boleh membaca dan menulis dua pembolehubah luar iaitu x yang terdiri dari satu set nombor-nombor tabii dan r yang berjenis boolean.

* ia akan memberikan nilai BENAR kepada r jika nilai y yang dihantar itu sama dengan nombor minima di dalam set x.

Perhatian:

(i) Jika perlu anda boleh gunakan fungsi MIN yang ditakrifkan seperti berikut:

MIN (w : set of N) z : N
pre-MIN(w) $\triangleq$ $w \neq \{ \}$
post-MIN(w,z) $\triangleq$ $z \in w \wedge \forall i \in w \cdot i \geq z$

(ii) Jangan gunakan "if then else" di dalam takrif anda.

(5 markah)

(c) Katakan M satu set nama-nama pesakit di sebuah klinik. Spesifikasikan operasi-operasi yang melaksanakan tugas-tugas berikut: (Andaian: Nama-nama pesakit adalah unik).

(i) Menyemak sama ada suatu nama yang diberikan sudah wujud di dalam M.

(3 markah)

(ii) Menambah suatu nama yang diberikan ke dalam M jika nama tersebut masih belum wujud di dalam M.

(3 markah)

(iii) Diberikan dua nama pesakit p, q yang mana p wujud di dalam M tetapi q tidak, maka ia akan menggantikan p dengan q di dalam M.

(4 markah)

4. (a) - Keterangan seperti 3(a)

<u>Takrif tersirat</u>

g(x : N, y : N) z : N
pre-g(x,y) $\triangleq$ y=4
pre-g(x,y,z) $\triangleq$ x^2 - 16

<u>Takrif langsung</u>

g : N x N --> N
g(x,y) $\triangleq$ (x-y)* (x+y)

Anda perlu buktikan tuntutan:

$\forall$x,y$\in$N•pre-g(x,y) => g(x,y)$\in$N $\wedge$ post-g(x,y,g(x,y))

iaitu:

x,y$\in$N $\vdash$ pre-g(x,y)=>g(x,y)$\in$N $\wedge$ post-g(x,y,g(x,y))

(10 markah)

(b) Berikan spesifikasi untuk operasi-operasi yang bersifat seperti yang diberikan. Juga <u>jika perlu</u> bangunkan takrif fungsi-fungsi (samada takrif langsung atau tersirat) supaya spesifikasi anda senang difahami.

<u>OP2</u>:

* tidak mempunyai hujah
* ia boleh membaca dan menulis dua pembolehubah luar iaitu i dan j yang mengandungi nombor-nombor integer.
* ia akan mengurangkan nilai i dan juga mengubah nilai j tetapi memastikan bahawa hasil darab nilai i dan j selepas perlaksanaan operasi ini mestilah kurang atau pun sama dengan dua kali ganda hasil tambah nilai kedua-duanya sebelum perlaksanaan operasi ini.

(4 markah)

(c) Operasi OP1 di dalam soalan 3(b) di atas boleh dipecahkan seperti berikut:

```
begin
   PERSIAP;
   GELUNG;
   PENYUDAH
end;
```

yang seterusnya boleh diperincikan pula seperti berikut:

```
begin
   PERSIAP;
   While x≠{ } do
     begin
        BADAN
     end;
   PENYUDAH;
end;
```

Andaikan akhirnya OP1 akan diimplementasikan oleh segmen aturcara berikut:

```
begin
   m:= ambil(x);
   x:= x-{m};
   While x≠{ } do
     begin
        t:= ambil(x);
        if  m>t then m:=t;
        x:= x-{t}
      end;
   r:= (m=y)
end;
```

yang mana fungsi ambil ditakrifkan seperti berikut:

ambil (s: set of N) r:N
pre-ambil (s) $\triangleq$ $s \neq \{\ \}$
post-ambil (s,r) $\triangleq$ $r \in s$.

Sekarang, bangunkan spesifikasi-spesifikasi formal untuk operasi-operasi PERSIAP, GELUNG, dan BADAN.

(11 markah)

-ooOoo-

Appendix E

Glossary of Symbols

Numbers

$\mathbf{N}_1 = \{1, 2, \ldots\}$	
$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$	
0, succ	as generators
$\mathbf{Z} = \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$	
$\mathbf{R}$ = real numbers	
normal arithmetic operators (e.g. $+, -, <$)	
mod	modulus

Functions

$f: D_1 \times D_2 \rightarrow R$	signature
$f(d)$	application
$\lambda x \in T \cdot t$	abstraction
if ... then ... else ...	conditional
let x = ... in ...	local definition

Logic

$\mathbf{B} = \{\mathsf{true}, \mathsf{false}\}$

E_i are logical expressions, Γ is a list of logical expressions

$\neg E$	negation [1]
$E_1 \wedge E_2$	conjunction
$E_1 \vee E_2$	disjunction
$E_1 \Rightarrow E_2$	implication
$E_1 \Leftrightarrow E_2$	equivalence
$\forall x \in T \cdot E$	universal quantifier [2]
$\exists x \in T \cdot E$	existential quantifier
$\exists ! x \in T \cdot E$	unique existence
$\Gamma \vdash E$	sequent E can be proved from Γ (hypothesis $\vdash$ conclusion)
$\Gamma \models E$	sequent (E is true in all worlds where Γ all true)
$\dfrac{\Gamma}{E}$	inference rule
$\dfrac{E_1}{E_2}$ (double line)	bidirectional inference rule

Sets

S, T are sets, t_i are terms

set of T	all finite subsets of T
$\{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$	set enumeration
$\{\}$	empty set
$\oplus$	generator
$\{x \in T \mid E\}$	set comprehension
$\{i, \ldots, j\}$	subset of integers
$t \in S$	set membership
$t \notin S$	$\neg(t \in S)$
$S \subseteq T$	set containments (subset of)
$S \subset T$	strict set containment

[1] The five propositional operators are given in decreasing order of priority

[2] With all of the quantifiers, the scope extends as far as possible to the right; no parentheses are required but they can be used for extra grouping.

$S \cap T$	set intersection [3]
$S \cup T$	set union
$S - T$	set difference
$S \diamond T$	symmetric set difference
$\bigcup S$	distributed union
card S	cardinality of a set

Maps

M is a map

map D to R	finite maps
dom M	domain
rng M	range
$\{d_1 \mapsto r_1, d_2 \mapsto r_2, \ldots, d_n \mapsto r_n\}$	map enumeration
$\{\}$	empty map
$\oplus$	generator
$\{d \mapsto f(d) \mid E\}$	map comprehension
$m(d)$	application
$S \lhd M$	domain restriction
$S \ntriangleleft M$	domain deletion
$M_1 \dagger M_2$	overwriting

Sequences

s, t are sequences

seq of T	finite sequences
len s	length
$[t_1, t_2, \ldots, t_n]$	sequence enumeration
$[\,]$	empty sequence
cons	generator
$s \frown t$	concatenation
hd s	head
tl s	tail
$s(i, \ldots, j)$	sub-sequence

[3]Intersection is higher priority than union.

Composite Objects

o is a composite object

compose N of ... end	
where $inv\text{-}N() \triangleq \ldots$	invariant
::	compose
nil	omitted object
$mk\text{-}N()$	generator
$s_1(o)$	selector
$\mu(o, s_1 \mapsto t)$	modify a component

Function Specification

$f\,(d: D)\; r: R$

pre $\ldots d \ldots$

post $\ldots d \ldots r \ldots$

Operation Specification

$OP\;(p: Tp)\; r: Tr$

ext rd $e_1: T_1$, wr $e_2: T_2$

pre $\ldots p \ldots e_1 \ldots e_2 \ldots$

post $\ldots p \ldots e_1 \ldots \overleftarrow{e_2} \ldots r \ldots e_2 \ldots$

Appendix 2

Perhatian:

1. Format am takrif langsung untuk fungsi:

   $f : D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_k \rightarrow R_1 \times R_2 \times \ldots \times R_n$

   $f(x_1, x_2, \ldots, x_k) \triangleq \ldots$

2. Format am takrif tersirat untuk fungsi:

   $f(p_1 : T_{p1} \ldots, p_k : T_{pk})\ r : Tr_1 \ldots r_n\ Tr_n$

   $\text{pre-f}\ (p_1, \ldots, p_k) \triangleq \ldots$

   $\text{post-f}\ (p_1, \ldots, p_k, r_1, \ldots, r_n) \triangleq \ldots$

3. Format am untuk spesifikasi operasi.

   $OP(p_1 : T_{p1}, \ldots, p_k : T_{pk})\ r_1 : T_{r1}, \ldots, rj : Trj$
   $\underline{ext}\ \underline{rd}\ v_1 : T_{v1}, \ldots, V_m : T_{vm};\ \underline{wr}\ w_1 : T_{w1}, \ldots, w_n : T_{wn}$

   $\text{pre-op}(p_1, \ldots, pk, V_1, \ldots, V_m, W_1, \ldots, W_n) \triangleq \ldots$

   $\text{post-OP}(p_1, \ldots, pk, V_1, \ldots, V_m, \overleftarrow{W}_1, \ldots, \overleftarrow{W}_n, W_1, \ldots, W_n, r_1, \ldots, rj) \triangleq \ldots$

Appendix A

Rules of Logic

Conventions

1. $E, E_1, \ldots$ denote logical expressions.
2. $x, y, \ldots$ denote variables over proper elements in a universe.
3. $c, c_1, \ldots$ denote constants over proper elements in a universe.
4. $s, s_1, \ldots$ denote terms which may contain partial functions.
5. $E(x)$ denotes a formula in which x occurs free.
6. $E(s/x)$ denotes a formula obtained by substituting all free occurrences of x by s in E. If a clash between free and bound variables would occur, suitable renaming is performed before the substitution.
7. $E[s_2/s_1]$ denotes a formula obtained by substituting some occurrences of s_1 by s_2. If a clash between free and bound variables would occur, then suitable renaming is performed before the substitution.
8. X is a non-empty set.
9. An "arbitrary" variable is one about which no results have been established.

General Properties

inf $\dfrac{E_1 \vdash E_2;\ E_1}{E_2}$

var-I $\dfrac{}{x^1 \in X}$

commutativity ($\vee / \wedge / \Leftrightarrow$-comm)

$$\frac{E_1 \vee E_2}{E_2 \vee E_1} \qquad \frac{E_1 \wedge E_2}{E_2 \wedge E_1} \qquad \frac{E_1 \Leftrightarrow E_2}{E_2 \Leftrightarrow E_1}$$

associativity ($\vee / \wedge / \Leftrightarrow$-ass)

$$\frac{(E_1 \vee E_2) \vee E_3}{\overline{E_1 \vee (E_2 \vee E_3)}} \qquad \frac{(E_1 \wedge E_2) \wedge E_3}{\overline{E_1 \wedge (E_2 \wedge E_3)}} \qquad \frac{(E_1 \Leftrightarrow E_2) \Leftrightarrow E_3}{\overline{E_1 \Leftrightarrow (E_2 \Leftrightarrow E_3)}}$$

transitivity ($\Rightarrow$ / $\Leftrightarrow$-trans)

$$\frac{E_1 \Rightarrow E_2;\ E_2 \Rightarrow E_3}{E_1 \Rightarrow E_3} \qquad \frac{E_1 \Leftrightarrow E_2;\ E_2 \Leftrightarrow E_3}{E_1 \Leftrightarrow E_3}$$

substitution

=t-subs $\dfrac{s_1 = s_2;\ E}{E[s_2/s_1]}$

=v-subs $\dfrac{s \in X;\ x \in X \vdash E(x)}{E(s/x)}$

=-comm $\dfrac{s_1 = s_2}{s_2 = s_1}$

=-trans $\dfrac{s_1 = s_2;\ s_2 = s_3}{s_1 = s_3}$

$f : D \rightarrow R$

$f(d) \triangleq e$

$e_0 = e(d_0/d)$

---

[1] x is arbitrary

$\underline{\Delta}$-subs $\dfrac{d_0 \in D;\ E(e_0)}{E[f(d_0)/e_0]}$

$\underline{\Delta}$-inst $\dfrac{d_0 \in D;\ E(f(d_0))}{E[e_0/f(d_0)]}$

$f(d) \ \underline{\Delta}$ if e then et else ef

if-subs $\dfrac{d_0 \in D;\ e_0;\ E(et_0)}{E[f(d_0)/et_0]}$ $\dfrac{d_0 \in D;\ \neg e_0;\ E(ef_0)}{E[f(d_0)/ef_0]}$

Definitions of Connectives

f-defn $\dfrac{\neg \mathsf{true}}{\mathsf{false}}$

$\wedge$-defn $\dfrac{\neg(\neg E_1 \vee \neg E_2)}{E_1 \wedge E_2}$

$\Rightarrow$-defn $\dfrac{\neg E_1 \vee E_2}{E_1 \Rightarrow E_2}$

$\Leftrightarrow$-defn $\dfrac{(E_1 \Rightarrow E_2) \wedge (E_2 \Rightarrow E_1)}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$

$\forall$-defn $\dfrac{\neg \exists x \in X \cdot \neg E(x)}{\forall x \in X \cdot E(x)}$

Relationships between Operators

deM $\dfrac{\neg(E_1 \vee E_2)}{\neg E_1 \wedge \neg E_2}$ $\dfrac{\neg(E_1 \wedge E_2)}{\neg E_1 \vee \neg E_2}$

$\dfrac{\neg \exists x \in X \cdot E(x)}{\forall x \in X \cdot \neg E(x)}$ $\dfrac{\neg \forall x \in X \cdot E(x)}{\exists x \in X \cdot \neg E(x)}$

$$\frac{\neg E_1 \wedge E_2}{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}$$

$\exists$

$$\frac{s \in X;\ E(s/x)}{\exists x \in X \cdot E(x)} \qquad \frac{\exists x \in X \cdot E(x);\quad y^2 \in X, E(y/x) \vdash E_1}{E_1}$$

$\forall$

$$\frac{x^3 \in X \vdash E(x)}{\forall x \in X \cdot E(x)} \qquad \frac{\forall x \in X \cdot E(x);\ s \in X}{E(s/x)}$$

$\neg\exists$

$$\frac{x \in X \vdash \neg E(x)}{\neg\exists x \in X \cdot E(x)} \qquad \frac{\neg\exists x \in X \cdot E(x);\ s \in X}{\neg E(s/x)}$$

$\neg\forall$

$$\frac{s \in X;\ \neg E(s/x)}{\neg\forall x \in X \cdot E(x)} \qquad \frac{\neg\forall x \in X \cdot E(x);\quad y^4 \in X, \neg E(y/x) \vdash E}{E}$$

Miscellaneous

$\exists$split

$$\frac{\exists x \in X \cdot E(x,x)}{\exists x, y \in X \cdot E(x,y)}$$

$\forall$fix

$$\frac{\forall x, y \in X \cdot E(x,y)}{\forall x \in X \cdot E(x,x)}$$

$\forall \rightarrow \exists$

$$\frac{\forall x \in X^5 \cdot E(x)}{\exists x \in X \cdot E(x)}$$

$$\frac{\exists x \in X \cdot \forall y \in Y \cdot E(x,y)}{\forall y \in Y \cdot \exists x \in X \cdot E(x,y)}$$

[2] y is arbitrary and not free in E_1

[3] x is arbitrary

[4] y is arbitrary and not free in E

[5] X is non-empty

	INTRODUCTION(op-I)	*ELIMINATION(op-E)*
¬¬	$\frac{E}{\neg\neg E}$	$\frac{\neg\neg E}{E}$
∨	$\frac{E_i}{E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n}$	$\frac{\begin{array}{c} E_1 \vee \ldots \vee E_n; \\ E_1 \vdash E; \ldots; E_n \vdash E \end{array}}{E}$
∧	$\frac{E_1;\ E_2;\ \ldots;\ E_n}{E_1 \wedge E_2 \wedge \ldots \wedge E_n}$	$\frac{E_1 \wedge E_2 \wedge \ldots \wedge E_n}{E_i}$
¬∨	$\frac{\neg E_1;\ \neg E_2;\ \ldots;\ \neg E_n}{\neg(E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n)}$	$\frac{\neg(E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n)}{\neg E_i}$
¬∧	$\frac{\neg E_i}{\neg(E_1 \wedge \ldots \wedge E_n)}$	$\frac{\begin{array}{c} \neg(E_1 \wedge \ldots \wedge E_n); \\ \neg E_1 \vdash E; \ldots; \neg E_n \vdash E \end{array}}{E}$
⇒	$\frac{E_1 \vdash E_2;\ E_1 \in \mathbf{B}}{E_1 \Rightarrow E_2}$	
vac ⇒	$\frac{E_2}{E_1 \Rightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Rightarrow E_2;\ \neg E_2}{\neg E_1}$
	$\frac{\neg E1}{E_1 \Rightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Rightarrow E_2;\ E_1}{E_2}$
⇔	$\frac{E_1 \wedge E_2}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Leftrightarrow E_2}{E_1 \wedge E_2 \vee \neg E_1 \wedge \neg E_2}$
	$\frac{\neg E_1 \wedge \neg E_2}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$	
¬ ⇔	$\frac{E_1 \wedge \neg E_2}{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}$	$\frac{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}{E_1 \wedge \neg E_2 \vee \neg E_1 \wedge E_2}$

dist $\dfrac{E_1 \vee E_2 \wedge E_3}{(E_1 \vee E_2) \wedge (E_1 \vee E_3)}$ $\dfrac{E_1 \wedge (E_2 \vee E_3)}{E_1 \wedge E_2 \vee E_1 \wedge E3}$

∃∨-dist $\dfrac{\exists x \in X \cdot E_1(x) \vee E_2(x)}{(\exists x \in X \cdot E_1(x)) \vee (\exists x \in X \cdot E_2(x))}$

∃∧-dist $\dfrac{\exists x \in X \cdot E_1(x) \wedge E_2(x)}{(\exists x \in X \cdot E_1(x)) \wedge (\exists x \in X \cdot E_2(x))}$

∀∨-dist $\dfrac{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \vee (\forall x \in X \cdot E_2(x))}{\forall x \in X \cdot E_1(x) \vee E_2(x)}$

∀∧-dist $\dfrac{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \wedge (\forall x \in X \cdot E_2(x))}{\forall x \in X \cdot E_1(x) \wedge E_2(x)}$

Substitution

∧-subs $\dfrac{E_1 \wedge \ldots \wedge E_i \wedge \ldots \wedge E_n;\ E_i \vdash E}{E_1 \wedge \ldots \wedge E \wedge \ldots \wedge E_n}$

∨-subs $\dfrac{E_1 \vee \ldots \vee E_i \vee \ldots \vee E_n;\ E_i \vdash E}{E_1 \vee \ldots \vee E \vee \ldots \vee E_n}$

∃-subs $\dfrac{\exists x \in X \cdot E_1(x);\ E_1(x) \vdash E(x)}{\exists x \in X \cdot E(x)}$

contr $\dfrac{E_1;\ \neg E_1}{E_2}$

⇒-contrp $\dfrac{E_1 \Rightarrow E_2}{\neg E_2 \Rightarrow \neg E_1}$

$$\frac{\forall x \in X \cdot E_1(x) \Leftrightarrow E_2(x)}{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \Leftrightarrow (\forall x \in X \cdot E_2(x))}$$

=-contr $\dfrac{\neg(s \doteq s)}{E}$

=-term $\dfrac{s \in X}{s = s}$

=-comp $\dfrac{s_1, s_2 \in X}{(s_1 = s_2) \vee \neg(s_1 = s_2)}$

Δ-I $\dfrac{E}{\Delta E}$ $\dfrac{\neg E}{\Delta E}$

Δ-E $\dfrac{\Delta E;\ E \vdash E_1;\ \neg E \vdash E_1}{E_1}$

¬Δ-I $\dfrac{\Delta E \vdash E_1;\ \Delta E \vdash \neg E_1}{\neg \Delta E}$

¬Δ-E $\dfrac{\neg\Delta E \vdash E_1;\ \neg\Delta E \vdash \neg E_1}{\Delta E}$

==-refl $\dfrac{}{s == s}$

==-subs $\dfrac{s_1 == s_2;\ E}{E[s_2/s_1]}$

==-comm $\dfrac{s_1 == s_2}{s_2 == s_1}$

==-trans $\dfrac{s_1 == s_2;\ s_2 == s_3}{s_1 == s_3}$

==→= $\dfrac{s_1 == s_2;\ s_i \in X}{s_1 = s_2}$

=→== $\dfrac{s_1 = s_2}{s_1 == s_2}$