UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang Akademik 1990/91

Jun 1991

CST202 - Kejuruteraan Sofwer

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi lima muka surat bercetak sebelum memulakan peperiksaan ini.

Jawab semua empat soalan.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1\. (a) (i) Berikan takrif langsung suatu fungsi bernama "ddd" yang menerima sebagai hujah dua nombor asli x dan y, dan menentukan sama ada hasil tambah dua hujah ini sama dengan hasil tolaknya.

(ii) Berikan takrif tersirat fungsi yang sama.

(iii) Apakah nilai-nilai yang mungkin bagi fungsi "ddd", dan berikan nilai-nilai ini mengikut hujah-hujahnya.

(iv) Gunakan fungsi "ddd" ini di dalam takrif tersirat suatu fungsi yang bernama "eee" yang mempunyai dua nombor asli sebagai hujah dan sentiasa bernilai palsu.

[20/100]

(b) Diberi takrif tersirat berikut:

$f(x,y:\mathbb{N})\ r:\mathbb{N}$
pra $x = 2$
post $x * y = r$

Berikan takrif langsung penuh (termasuk tandatangan) untuk fungsi-fungsi:

(i) pra_f
(ii) post_f

Seterusnya, diberi pula takrif langsung berikut yang didakwa melaksanakan takrif tersirat di atas:

$f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$
$f(x,y)\ \underline{\Delta}\ 2 * y$

(iii) Berikan tangggungjawab bukti dakwaan ini.
(iv) Buktikan dakwaan tersebut.

[25/100]

(c) (i) Pertukaran matawang Perancis (FF) dengan matawang Malaysia (M$) kini ditetapkan pada FF100 = M$45. Berikan <u>takrif tersirat</u> suatu fungsi yang melaksanakan pertukaran tersebut, khususnya daripada matawang Malaysia kepada matawang Perancis.

(ii) Pertukaran matawang Perancis (FF) dengan matawang Switzerland (SF) pula ditetapkan pada FF100 = SF28. Berikan <u>takrif langsung</u> fungsi yang melaksanakan pertukaran daripada matawang Perancis kepada matawang Switzerland.

(iii) Dengan menggunakan fungsi-fungsi yang anda takrifkan di atas, berikan <u>takrif tersirat</u> suatu fungsi yang melaksanakan penukaran daripada matawang Malaysia kepada matawang Switzerland.

(iv) Berikan <u>takrif tersirat</u> suatu fungsi yang menentukan sama ada tiga jumlah yang diberikan di dalam matawang berlainan (iaitu Malaysia, Perancis dan Switzerland) semuanya bernilai sama.

(v) Berikan <u>takrif langsung</u> pula bagi suatu fungsi yang mengirakan hasil tambah jumlah-jumlah yang diberikan di dalam (iv), dengan hasilnya diberikan di dalam matawang Malaysia.

[25/100]

(d) Diberi takrif-takrif tersirat berikut:

fungsi $(x{:}\mathbb{R})\ r{:}\ \mathbb{R}$
post syarat $(x,r) \wedge \forall y \in \mathbb{R}.$ syarat $(x,y) \Rightarrow y \leq r$

syarat $(x, r : \mathbb{R})\ b{:}\ \mathbb{B}$
post $b \Leftrightarrow (0 \leq r \leq 1) \wedge \exists n \in \mathbb{N}.$ (genap$(n) \wedge r * n = x$)

genap $(n{:}\mathbb{N})\ r{:}\ \mathbb{B}$
post $\exists m \in \mathbb{N}.\ n = 2*m$

berikan suatu takrif langsung yang dapat melaksanakan spesifikasi ini (bukti tidak diperlukan).

[30/100]

2. (a) (i) Berikan spesifikasi suatu operasi yang mempunyai satu hujah, satu hasil dan dua pembolehubah luar (satu boleh dibaca dan yang lagi satu boleh ditulis), dengan kesemua nombor terlibat merupakan nombor asli. Operasi ini boleh dilaksanakan hanya apabila nilai hujahnya melebehi nilai kedua-dua pembolehubahnya; dan setelah dilaksanakan, hasilnya sama dengan nilai asal pembolehubah luar yang boleh ditulis, dengan nilai pembolehubah luar ini digantikan dengan hasil tambah hujahnya dengan pembolehubah luar yang satu lagi itu.

(ii) Satu lagi operasi mempunyai dua nombor asli sebagai hujah dan dapat merujuk kepada dua pombolehubah luar. Operasi ini mengirakan hasil bahagi hujah pertama oleh hujah kedua dan menyimpan nilai yang diperolehi sebagai pemboloehubah luar, dan begitu juga untuk baki yang terlibat. Berikan spesikasi penuh bagi operasi ini.

[15/100]

(b) (i) Suatu operasi bernama "EXCL" menerima suatu nombor asli sebagai hujah dan berupaya merujuk kepada suatu pembolehubah luar yang menyimpan sebuah set yang mengandungi nombor-nombor asli. Sekiranya hujahnya merupakan unsur kepada set tersebut, operasi ini dapat dilaksanakan untuk menyingkir unsur itu. Berikan spesifikasi operasi yang dihuraikan ini.

(ii) Berikan spesifikasi suatu operasi yang berupaya merujuk kepada dua pembolehubah luar yang menyimpan set yang mengandungi nombor-nombor asli. Sekiranya dua set ini tidak bersilang, operasi ini boleh dilaksanakan untuk menghasilkan set yang mengandungi semua unsur di dalam pembolehubah luar pertama yang tidak terdapat di dalam yang kedua.

[15/100]

(c) (i) Berikan takrif tersirat suatu fungsi yang menghasilkan unsur terbesar bagi sebuah set (tak kosong dan mengandungi nombor-nombor asli) yang diberikan sebagai hujah.

(ii) Dengan menggunakan fungsi ini, berikan takrif tersirat satu lagi fungsi yang menerima sebagai hujah sebuah set yang mengandungi beberapa set nombor asli, dan menghasilkan unsur nombor asli terbesar yang terdapat di dalam set-set yang terlibat.

[20/100]

(d) (i) Berikan takrif langsung fungsi "card" yang mengirakan bilangan unsur di dalam sebuah set nombor asli yang diberikan sebagai hujah.

(ii) Suatu operasi menyimpan sebuah set yang mengandungi beberapa set nombor asli sebagai pembolehubah luar. Sekiranya terdapat sekurang-kurangnya satu nombor asli di dalam set-set tersebut, operasi ini boleh dilaksanakan untuk mengirakan bilangan set yang terlibat. Gunakan fungsi "card" di atas di dalam spesifikasi yang diberikan.

[20/100]

(e) (i) Andaikan X sebuah set. Senaraikan sifat-sifat utama suatu petakan p bagi set X, iaitu sifat-sifat yang memastikan bahawa p $\in$ Petakan(X).

(ii) Suatu operasi bernama "UJI" menerima dua subset kepada X sebagai hujah, dan menyimpan suatu petakan p bagi X sebagai pembolehubah luar. Operasi ini dapat dilaksanakan sekiranya kedua-dua hujahnya merupakan kumpulan-kumpulan di dalam p; dan apabila dilaksanakan, ia menghasilkan persilangan hujah-hujah tersebut. Berikan spesifikasi yang paling ringkas untuk operasi ini.

(iii) Berikan spesifikasi paling ringkas bagi operasi yang menyimpan suatu petakan p bagi X sebagai pembolehubah luar, dan menghasilkan set semua unsur di dalam X yang terlibat di dalam p.

[30/100]

...4/-

3. (a) Andaikan Nama ialah set semua nama yang mungkin. Pertimbangkan objek gubahan berikut yang merakam maklumat tentang kedudukan wang tunai seseorang itu dengan menyimpan nama individu (*name*), jumlah wangnya di dalam saku sebelah kiri (*kiri*) serta di dalam saku sebelah kanan (*kanan*).

Duit :: *name* : Nama
kiri : $\mathbb{R}$
kanan : $\mathbb{R}$

(i) Berikan tandatangan fungsi *mk_* untuk objek gubahan Duit ini, dan seterusnya gunakan fungsi tersebut untuk membina suatu objek yang merakamkan bahawa anda mempunyai $30.00 pada anda, khususnya dengan jumlah yang sama di dalam setiap saku. Namakan objek ini b.

(ii) Berikan tandatangan fungsi-fungsi pemilih bagi Duit dan gunakannya ke atas objek b yang anda baru bina.

(iii) Gunakan fungsi μ ke atas objek b untuk menunjukkan hakikat bahawa anda telah membelanjakan $10 dengan menggunakan $3 daripada saku sebelah kiri dan yang lain daripada saku sebelah kanan. Jawapan anda hendaklah berbentuk $\mu(\ldots,\ldots) = \ldots$.

(iv) Tulis semula takrif objek gubahan Duit ini untuk merangkumi suatu tak varian yang menyatakan bahawa seseorang itu tidak pernah membawa lebih daripada $50.00 pada sesuatu masa, dan jumlah yang ada di dalam saku sebelah kanan sentiasa tidak melebehi jumlah di dalam saku sebelah kiri.

(v) Berikan <u>takrif tersirat</u> suatu fungsi yang mengirakan jumlah wang tunai yang ada pada dua individu berlainan yang duberikan sebagai hujah..

(vi) Suatu operasi menyimpan maklumat tentang sekumpulan individu ß di dalam pembolehubah luarnya dengan menggunakan objek gubahan Duit. Struktur data yang sama digunakan untuk menyimpan maklumat tentang sekumpulan individu lain ∂, juga sebagai pembolehubah luar. Apabila dilaksanakan, operasi ini menentukan kumpulan mana yang mempunyai jumlah wang tunai yang lebih banyak dan mengeluarkan kumpulan ini sebagai output. Berikan spesifikasi operasi ini.

[70/100]

(b) Katakan A ialah set abjad rumi {a,b,c,d,....} yang mempunyai susunan tertib menyeluruh melalui pengoperasi <, khususnya £ < a < b < c < d < ... (£ ialah huruf sifar). Suatu perkataan ialah suatu rentetan huruf daripada set A yang mungkin tak terhingga panjangnya.

(i) Gunakan struktur data objek gubahan untuk menakrifkan perwakilan bagi suatu perkataan.

(ii) Suatu fungsi menerima dua perkataan sebagai hujah dan mengeluarkan sebagai hasil suatu objek gubahan yang mengandungi dua perkataan tersebut. Perkataan pertama di dalam hasil ini merupakan hujah yang mendahului hujah yang satu lagi mengikut susunan menaik yang diberikan oleh <. Berikan <u>takrif langsung</u> fungsi ini (andaikan dua hujah tersebut tidak sama dan juga tidak merupakan rentetan kosong).

[30/100]

4. (b) (i) Tuliskan pasangan-pasangan berikut sebagai suatu petaan m1 :

(a,2), (b,1), (c,1), (d,3), (e,3), (f,2)

(ii) Untuk petaan m1, isikan nilai-nilai berikut:

m1(d) = ?
dom(m1) = ?
rng(m1) = ?

(iii) Katakan m2 = { a $\mapsto$ 3, c $\mapsto$ 2, e $\mapsto$2 }. Berikan nilai ungkapan-ungkapan berikut:

m1 † m2 = ?
m2 † m1 = ?

(iv) Seterusnya, berikan nilai ungkapan-ungkapan berikut:

{ a, c } $\lhd$ m1 = ?
{ a, c, e } ⩤ m1 = ?

[30/100]

(b) Tuliskan suatu karangan pendek (tidak melebehi satu muka surat) yang memberikan sebab-sebab kajian kejuruteraan sofwer/perisian diperlukan.

[30/100]

(c) Sebuah hotel mempunyai tiga jenis bilik, khususnya *standard, superior* dan *deluxe*. Objek gubahan boleh digunakan untuk membina pangkalan data yang merakamkan kedudukan penyewaan bilik di hotel ini. Selain jenis, medan-medan yang diperlukan mungkin merangkumi harga sewa, bilangan penginap dan nama penginap yang akan membuat bayaran.

(i) Dengan mengandaikan Nama sebagai set semua nama yang mungkin, berikan takrif yang sesuai bagi suatu objek gubahan di atas.

(ii) Maklumat tentang kedudukan penyewaan bilik di hotel tersebut boleh disimpan dengan menggunakan suatu set yang mengandungi objek-objek gubahan seperti yang baru ditakrifkan ini. Suatu operasi boleh ditakrifkan untuk melaksanakan penempahan bilik, khususnya dengan menerima nama penginap utama, bilangan penginap dan jenis bilik yang dipohon sebagai hujah, dan seterusnya merujuk kepada set tadi (yang disimpan sebagai suatu pembolehubah luar) untuk menentukan sama ada wujud sebuah bilik kosong seperti yang dipinta itu. Sekiranya wujud, operasi ini akan mengisi maklumat tersebut ke dalam objek gubahan yang diperolehi (fungsi μ diperlukan di sini), dan mengeluarkan sebagai output harga sewa bilik itu. Berikan spesifikasi operasi ini.

(iii) Set objek-objek gubahan yang disebutkan tadi boleh juga digunakan sebagai hujah di dalam suatu fungsi yang mengirakan jumlah wang yang dijangka akan diterima pada sesuatu hari tertentu. Berikan <u>takrif langsung</u> fungsi yang diperlukan ini.

[40/100]

- oooOOooo -

Appendix E

Glossary of Symbols

Numbers

$N_1 = \{1, 2, \ldots\}$	
$N = \{0, 1, 2, \ldots\}$	
0, succ	as generators
$Z = \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$	
R = real numbers	
normal arithmetic operators (e.g. $+, -, <$)	
mod	modulus

Functions

$f : D_1 \times D_2 \rightarrow R$	signature
$f(d)$	application
$\lambda x \in T \cdot t$	abstraction
if ... then ... else ...	conditional
let x := ... in ...	local definition

Logic

$B = \{\text{true}, \text{false}\}$

E_i are logical expressions, Γ is a list of logical expressions

$\neg E$	negation [1]
$E_1 \wedge E_2$	conjunction
$E_1 \vee E_2$	disjunction
$E_1 \Rightarrow E_2$	implication
$E_1 \Leftrightarrow E_2$	equivalence
$\forall x \in T \cdot E$	universal quantifier [2]
$\exists x \in T \cdot E$	existential quantifier
$\exists! x \in T \cdot E$	unique existence
$\Gamma \vdash E$	sequent E can be proved from Γ (hypothesis ⊢ conclusion)
$\Gamma \models E$	sequent (E is true in all worlds where Γ all true)
$\dfrac{\Gamma}{E}$	inference rule
$\begin{array}{c} E_1 \\ \hline\hline E_2 \end{array}$	bidirectional inference rule

Sets

S, T are sets, t_i are terms

set of T	all finite subsets of T
$\{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$	set enumeration
$\{\}$	empty set
$\oplus$	generator
$\{x \in T \mid E\}$	set comprehension
$\{i, \ldots, j\}$	subset of integers
$t \in S$	set membership
$t \notin S$	$\neg(t \in S)$
$S \subseteq T$	set containments (subset of)
$S \subset T$	strict set containment

---

[1] The five propositional operators are given in decreasing order of priority

[2] With all of the quantifiers, the scope extends as far as possible to the right; no parentheses are required but they can be used for extra grouping.

$S \cap T$	set intersection [3]
$S \cup T$	set union
$S - T$	set difference
$S \diamond T$	symmetric set difference
$\bigcup S$	distributed union
$\mathbf{card}\ S$	cardinality of a set

Maps

M is a map

$\mathbf{map}\ D\ \mathbf{to}\ R$	finite maps
$\mathbf{dom}\ M$	domain
$\mathbf{rng}\ M$	range
$\{d_1 \mapsto r_1, d_2 \mapsto r_2, \ldots, d_n \mapsto r_n\}$	map enumeration
$\{\}$	empty map
$\oplus$	generator
$\{d \mapsto f(d) \mid E\}$	map comprehension
$m(d)$	application
$S \lhd M$	domain restriction
$S ⩤ M$	domain deletion
$M_1 \dagger M_2$	overwriting

Sequences

s, t are sequences

$\mathbf{seq\ of}\ T$	finite sequences
$\mathbf{len}\ s$	length
$[t_1, t_2, \ldots, t_n]$	sequence enumeration
$[\,]$	empty sequence
$cons$	generator
$s \frown t$	concatenation
$\mathbf{hd}\ s$	head
$\mathbf{tl}\ s$	tail
$s(i, \ldots, j)$	sub-sequence

---

[3] Intersection is higher priority than union.

Composite Objects

o is a composite object

compose N of ... **end**	
where $inv\text{-}N()$ $\triangleq$ ...	invariant
::	**compose**
nil	omitted **object**
$mk\text{-}N()$	**generator**
$s_1(o)$	selector
$\mu(o, s_1 \mapsto t)$	modify a component

Function Specification

$f\,(d{:}\,D)\;r{:}\,R$

pre ... d ...

post ... d ... r ...

Operation Specification

$OP\;(p{:}\,Tp)\;r{:}\,Tr$

ext rd e_1: T_1, wr e_2: T_2

pre ... p ... e_1 ... e_2 ...

post ... p ... e_1 ... $\overleftarrow{e_2}$ ... r ... e_2 ...

Appendix A

Rules of Logic

Conventions

1. $E, E_1, \ldots$ denote logical expressions.
2. $x, y, \ldots$ denote variables over proper elements in a universe.
3. $c, c_1, \ldots$ denote constants over proper elements in a universe.
4. $s, s_1, \ldots$ denote terms which may contain partial functions.
5. $E(x)$ denotes a formula in which x occurs free.
6. $E(s/x)$ denotes a formula obtained by substituting all free occurrences of x by s in E. If a clash between free and bound variables would occur, suitable renaming is performed before the substitution.
7. $E[s_2/s_1]$ denotes a formula obtained by substituting some occurrences of s_1 by s_2. If a clash between free and bound variables would occur, then suitable renaming is performed before the substitution.
8. X is a non-empty set.
9. An "arbitrary" variable is one about which no results have been established.

General Properties

inf $$\frac{E_1 \vdash E_2;\ E_1}{E_2}$$

var-I $$\frac{}{x^1 \in X}$$

commutativity ($\vee / \wedge / \Leftrightarrow$-comm)

$$\frac{E_1 \vee E_2}{E_2 \vee E_1} \qquad \frac{E_1 \wedge E_2}{E_2 \wedge E_1} \qquad \frac{E_1 \Leftrightarrow E_2}{E_2 \Leftrightarrow E_1}$$

associativity ($\vee / \wedge / \Leftrightarrow$-ass)

$$\frac{(E_1 \vee E_2) \vee E_3}{E_1 \vee (E_2 \vee E_3)} \qquad \frac{(E_1 \wedge E_2) \wedge E_3}{E_1 \wedge (E_2 \wedge E_3)} \qquad \frac{(E_1 \Leftrightarrow E_2) \Leftrightarrow E_3}{E_1 \Leftrightarrow (E_2 \Leftrightarrow E_3)}$$

transitivity ($\Rightarrow$ /$\Leftrightarrow$-trans)

$$\frac{E_1 \Rightarrow E_2;\ E_2 \Rightarrow E_3}{E_1 \Rightarrow E_3} \qquad \frac{E_1 \Leftrightarrow E_2;\ E_2 \Leftrightarrow E_3}{E_1 \Leftrightarrow E_3}$$

substitution

=t-subs $$\frac{s_1 = s_2;\ E}{E[s_2/s_1]}$$

=v-subs $$\frac{s \in X;\ x \in X \vdash E(x)}{E(s/x)}$$

=-comm $$\frac{s_1 = s_2}{s_2 = s_1}$$

=-trans $$\frac{s_1 = s_2;\ s_2 = s_3}{s_1 = s_3}$$

$f{:}\ D \rightarrow R$

$f(d) \ \overset{\Delta}{=}\ c$

$c_0 = c(d_0/d)$

---

[1] x is arbitrary

$\underline{\triangle}$-subs $\dfrac{d_0 \in D;\ E(e_0)}{E[f(d_0)/e_0]}$

$\underline{\triangle}$-inst $\dfrac{d_0 \in D;\ E(f(d_0))}{E[e_0/f(d_0)]}$

$f(d) \ \underline{\triangle}\ $ if c then ct else cf

if-subs $\dfrac{d_0 \in D;\ e_0;\ E(ct_0)}{E[f(d_0)/ct_0]}$ $\dfrac{d_0 \in D;\ \neg e_0;\ E(cf_0)}{E[f(d_0)/cf_0]}$

Definitions of Connectives

f-defn $\dfrac{\neg \mathsf{true}}{\mathsf{false}}$

$\wedge$-defn $\dfrac{\neg(\neg E_1 \vee \neg E_2)}{E_1 \wedge E_2}$

$\Rightarrow$-defn $\dfrac{\neg E_1 \vee E_2}{E_1 \Rightarrow E_2}$

$\Leftrightarrow$-defn $\dfrac{(E_1 \Rightarrow E_2) \wedge (E_2 \Rightarrow E_1)}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$

$\forall$-defn $\dfrac{\neg \exists x \in X \cdot \neg E(x)}{\forall x \in X \cdot E(x)}$

Relationships between Operators

deM $\dfrac{\neg(E_1 \vee E_2)}{\neg E_1 \wedge \neg E_2}$ $\dfrac{\neg(E_1 \wedge E_2)}{\neg E_1 \vee \neg E_2}$

$\dfrac{\neg \exists x \in X \cdot E(x)}{\forall x \in X \cdot \neg E(x)}$ $\dfrac{\neg \forall x \in X \cdot E(x)}{\exists x \in X \cdot \neg E(x)}$

dist $$\frac{E_1 \vee E_2 \wedge E_3}{(E_1 \vee E_2) \wedge (E_1 \vee E_3)} \qquad \frac{E_1 \wedge (E_2 \vee E_3)}{E_1 \wedge E_2 \vee E_1 \wedge E3}$$

∃∨-dist $$\frac{\exists x \in X \cdot E_1(x) \vee E_2(x)}{(\exists x \in X \cdot E_1(x)) \vee (\exists x \in X \cdot E_2(x))}$$

∃∧-dist $$\frac{\exists x \in X \cdot E_1(x) \wedge E_2(x)}{(\exists x \in X \cdot E_1(x)) \wedge (\exists x \in X \cdot E_2(x))}$$

∀∨-dist $$\frac{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \vee (\forall x \in X \cdot E_2(x))}{\forall x \in X \cdot E_1(x) \vee E_2(x)}$$

∀∧-dist $$\frac{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \wedge (\forall x \in X \cdot E_2(x))}{\forall x \in X \cdot E_1(x) \wedge E_2(x)}$$

Substitution

∧-subs $$\frac{E_1 \wedge \ldots \wedge E_i \wedge \ldots \wedge E_n;\ E_i \vdash E}{E_1 \wedge \ldots \wedge E \wedge \ldots \wedge E_n}$$

∨-subs $$\frac{E_1 \vee \ldots \vee E_i \vee \ldots \vee E_n;\ E_i \vdash E}{E_1 \vee \ldots \vee E \vee \ldots \vee E_n}$$

∃-subs $$\frac{\exists x \in X \cdot E_1(x);\ E_1(x) \vdash E(x)}{\exists x \in X \cdot E(x)}$$

contr $$\frac{E_1;\ \neg E_1}{E_2}$$

⇒-contrp $$\frac{E_1 \Rightarrow E_2}{\neg E_2 \Rightarrow \neg E_1}$$

APPENDIX A. RULES OF LOGIC

	INTRODUCTION(op-I)	*ELIMINATION(op-E)*
¬¬	$\frac{E}{\neg\neg E}$	$\frac{\neg\neg E}{E}$
∨	$\frac{E_i}{E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n}$	$\frac{\begin{array}{c}E_1 \vee \ldots \vee E_n;\\ E_1 \vdash E; \ldots; E_n \vdash E\end{array}}{E}$
∧	$\frac{E_1; E_2; \ldots; E_n}{E_1 \wedge E_2 \wedge \ldots \wedge E_n}$	$\frac{E_1 \wedge E_2 \wedge \ldots \wedge E_n}{E_i}$
¬∨	$\frac{\neg E_1; \neg E_2; \ldots; \neg E_n}{\neg(E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n)}$	$\frac{\neg(E_1 \vee E_2 \vee \ldots \vee E_n)}{\neg E_i}$
¬∧	$\frac{\neg E_i}{\neg(E_1 \wedge \ldots \wedge E_n)}$	$\frac{\begin{array}{c}\neg(E_1 \wedge \ldots \wedge E_n);\\ \neg E_1 \vdash E; \ldots; \neg E_n \vdash E\end{array}}{E}$
⇒	$\frac{E_1 \vdash E_2;\ E_1 \in \mathrm{B}}{E_1 \Rightarrow E_2}$	
vac ⇒	$\frac{E_2}{E_1 \Rightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Rightarrow E_2; \neg E_2}{\neg E_1}$
	$\frac{\neg E1}{E_1 \Rightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Rightarrow E_2; E_1}{E_2}$
⇔	$\frac{E_1 \wedge E_2}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$	$\frac{E_1 \Leftrightarrow E_2}{E_1 \wedge E_2 \vee \neg E_1 \wedge \neg E_2}$
	$\frac{\neg E_1 \wedge \neg E_2}{E_1 \Leftrightarrow E_2}$	
¬ ⇔	$\frac{E_1 \wedge \neg E_2}{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}$	$\frac{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}{E_1 \wedge \neg E_2 \vee \neg E_1 \wedge E_2}$

$$\frac{\neg E_1 \wedge E_2}{\neg(E_1 \Leftrightarrow E_2)}$$

$\exists$	$\dfrac{s \in X;\ E(s/x)}{\exists x \in X \cdot E(x)}$	$\dfrac{\exists x \in X \cdot E(x);\quad y^{2} \in X, E(y/x) \vdash E_1}{E_1}$
$\forall$	$\dfrac{x^{3} \in X \vdash E(x)}{\forall x \in X \cdot E(x)}$	$\dfrac{\forall x \in X \cdot E(x);\ s \in X}{E(s/x)}$
$\neg\exists$	$\dfrac{x \in X \vdash \neg E(x)}{\neg\exists x \in X \cdot E(x)}$	$\dfrac{\neg\exists x \in X \cdot E(x);\ s \in X}{\neg E(s/x)}$
$\neg\forall$	$\dfrac{s \in X;\ \neg E(s/x)}{\neg\forall x \in X \cdot E(x)}$	$\dfrac{\neg\forall x \in X \cdot E(x);\quad y^{4} \in X, \neg E(y/x) \vdash E}{E}$

Miscellaneous

$\exists$split	$\dfrac{\exists x \in X \cdot E(x, x)}{\exists x, y \in X \cdot E(x, y)}$
$\forall$fix	$\dfrac{\forall x, y \in X \cdot E(x, y)}{\forall x \in X \cdot E(x, x)}$
$\forall \longrightarrow \exists$	$\dfrac{\forall x \in X^{5} \cdot E(x)}{\exists x \in X \cdot E(x)}$
	$\dfrac{\exists x \in X \cdot \forall y \in Y \cdot E(x, y)}{\forall y \in Y \cdot \exists x \in X \cdot E(x, y)}$

---

[2] y is arbitrary and not free in E_1

[3] x is arbitrary

[4] y is arbitrary and not free in E

[5] X is non-empty

$$\frac{\forall x \in X \cdot E_1(x) \;\Leftrightarrow\; E_2(x)}{(\forall x \in X \cdot E_1(x)) \;\Leftrightarrow\; (\forall x \in X \cdot E_2(x))}$$

=-contr
$$\frac{\neg(s = s)}{E}$$

=-term
$$\frac{s \in X}{s = s}$$

=-comp
$$\frac{s_1, s_2 \in X}{(s_1 = s_2) \vee \neg(s_1 = s_2)}$$

Δ-I
$$\frac{E}{\Delta E} \qquad \frac{\neg E}{\Delta E}$$

Δ-E
$$\frac{\Delta E;\; E \vdash E_1;\; \neg E \vdash E_1}{E_1}$$

¬Δ-I
$$\frac{\Delta E \vdash E_1;\; \Delta E \vdash \neg E_1}{\neg \Delta E}$$

¬Δ-E
$$\frac{\neg\Delta E \vdash E_1;\; \neg\Delta E \vdash \neg E_1}{\Delta E}$$

==-refl
$$\frac{}{s == s}$$

==-subs
$$\frac{s_1 == s_2;\; E}{E[s_2/s_1]}$$

==-comm
$$\frac{s_1 == s_2}{s_2 == s_1}$$

==-trans
$$\frac{s_1 == s_2;\; s_2 == s_3}{s_1 == s_3}$$

==→=
$$\frac{s_1 == s_2;\; s_i \in X}{s_1 = s_2}$$

=→==
$$\frac{s_1 = s_2}{s_1 == s_2}$$

Appendix B

Properties of Data

Relations

Ordering: Transitive, Reflexive, Antisymmetric.
Equivalence: Transitive, Reflexive, Symmetric.

Natural Numbers (cf. Section 3.2)

$0 \colon \mathrm{N}$
$succ \colon \mathrm{N} \to \mathrm{N}$

N-ind $$\frac{p(0);\ n \in \mathrm{N}, p(n) \vdash p(n+1)}{n \in \mathrm{N} \vdash p(n)}$$

N-indp $$\frac{p(0);\ n \in \mathrm{N}_1, p(n-1) \vdash p(n)}{n \in \mathrm{N} \vdash p(n)}$$

N-cind $$\frac{n, m \in \mathrm{N}, m < n \Rightarrow p(m) \vdash p(n)}{n \in \mathrm{N} \vdash p(n)}$$

Sets (cf. Section 4.3)

s, s_i are sets

$\{\} \colon \text{set of } X$
$\_ \oplus \_ \colon X \times \text{set of } X \to \text{set of } X$

Bentuk umum petua Δ-subs dan Δ-inst.

Andaikan:

$$f : D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_n \dashrightarrow R$$

$$f\ (m_1, m_2, \ldots, m_n)\ \Delta\ e$$

$$e_0 = e\ (d_1/m_1, \ldots, d_n/m_n)$$

Δ-subs $$\frac{d_1 \in D_1, \ldots., d_n \in D_n\ ;\ E(e_0)}{E\ [f(d_1, \ldots., d_n)/e_0]}$$

Δ-inst $$\frac{d_1 \in D_1, \ldots., d_n \in D_n;\ E(f(d_1, \ldots, d_n))}{E[e_0/f\ (d_1, \ldots., d_n)]}$$