

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1992/93

April 1993

**CSC 112 - PENGANTAR LOGIK DAN PENGABSTRAKAN/**

**CST 202 - KEJURUTERAAN SOFWER**

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab **SEMUA** soalan.
-

1. (a) (i) Pertimbangkan pernyataan-pernyataan berikut, wakilkannya di dalam bentuk bersymbol, dan gunakan jadual kebenaran untuk menentukan sama ada ia merupakan hujah sah atau tidak. Jika tidak, nyatakan keadaan-keadaan manakah yang menyebabkan ia tidak sah:

Sekiranya Ali mempunyai banyak duit, maka sama ada dia telah merompak bank ataupun menang loteri. Ali tidak mempunyai banyak duit dan tidak juga merompak bank. Oleh demikian, Ali telah menang loteri.

- (ii) Tuliskan rumus berikut di dalam bentuk awalan dan berikan nilai kebenarannya di dalam keadaan  $f = \{(P,1), (R,1)\}$

$$(P \wedge Q) \rightarrow R$$

- (iii) Gunakan hukum-hukum  $H_1 - H_{13}$  untuk mendapatkan bentuk kanonik HTHD bagi rumus berikut:

$$\neg(\neg P \vee \neg R) \wedge Q$$

- (iv) Diberikan rumus bentuk akhiran berikut, gunakan gambarajah pohon untuk menentukan semua keadaan yang menyebabkan rumus itu benar. Seterusnya berikan bentuk kanonik HDHTnya.

$$PQ \neg \vee PR \rightarrow Q \wedge \wedge$$

[30/100]

- (b) Diberikan pernyataan-pernyataan berikut, fikirkan yang mana merupakan hujah sah dan yang mana tidak. Bagi yang sah, gunakan bukti formal untuk membuktikannya; bagi yang tak sah, gunakan suatu kaedah yang sesuai untuk membuktikan hakikat tersebut - sekiranya terdapat lebih daripada satu pernyataan yang tak sah, kaedah-kaedah yang berlainan perlu digunakan.

(i)  $P \vee Q, Q \rightarrow R, P \rightarrow M, \neg M \vdash R \wedge (P \vee Q)$

(ii)  $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \vdash R \wedge S$

(iii)  $A \rightarrow B \vdash P \rightarrow Q$

(iv)  $(P \vee Q) \rightarrow R, P \wedge \neg R \vdash R \wedge Q$

[35/100]

(c) Dengan berdasarkan jawapan-jawapan anda di dalam (a) dan (b), hujahkan kesahan pernyataan-pernyataan berikut:

(i)  $(P \wedge Q) \rightarrow R \not\equiv P \wedge Q \wedge R$

(ii)  $P, Q, R \vdash (P \vee \neg Q) \wedge ((P \rightarrow R) \wedge Q)$

(iii)  $P \rightarrow R, Q, P \vee \neg Q \vdash (P \wedge Q) \wedge (R \vee \neg Q \vee S)$

(iv)  $R \vee M, P \vee Q, M \rightarrow P, R \rightarrow Q, \neg Q \vdash (R \vee M) \wedge P$

[35/100]

2. (a) Diberikan ungkapan-ungkapan berikut:

$$(\forall x) (P(x) \wedge (\exists y) Q(y)) \vee ((\forall x) P(x) \rightarrow Q(x))$$

$$(\forall x) (\exists y) (P(x, y) \Leftrightarrow Q(x)) \wedge (\exists z) (R(z) \wedge S(x, y, z))$$

$$(\forall x) P(x) \vee Q(x) \vee R$$

$$(\forall x) (\exists y) (P(x) \rightarrow Q(y))$$

(i) Tentukan yang mana merupakan usulan dan yang mana merupakan predikat n-tempat. Bagi predikat, berikan nilai n tersebut.

(ii) Sekiranya alam semesta ialah  $A = \{a, b\}$ , tentukan yang mana mempunyai nilai kebenaran sekiranya  $P(a)$  benar,  $P(b)$  palsu,  $Q(a)$  benar,  $Q(b)$  palsu,  $R(a)$  benar dan  $R(b)$  palsu. Berikan nilai kebenaran tersebut dan tunjukkan pengiraan anda.

(iii) Diberikan predikat-predikat berikut:

$L(x)$  :  $x$  seekor lembu

$A(x)$  :  $x$  sakit angau

Tuliskan ayat-ayat berikut di dalam bahasa Malaysia

$$(\forall x) (L(x) \rightarrow A(x))$$

$$(\forall x) (L(x) \wedge A(x))$$

Andaikan alam semesta ialah  $\{\text{John, Rudolf, Fido}\}$  dengan John dan Rudolf merupakan lembu dan kedua-duanya sakit angau, Fido pula seekor anjing yang tidak sakit angau. Berdasarkan keadaan ini, dapatkan nilai kebenaran ayat-ayat di atas.

[30/100]

- (b) (i) Terdapat kesilapan dalam pentaabiran berikut. Kenalpastikan kesilapan ini dan kemudian betulkannya

1	$(\forall x) (Px) \rightarrow Q(x)$	h1
2	$P(y) \rightarrow Q(y)$	$\forall$ -h, 1
3	$(\exists x) P(x)$	h3
4	$P(y)$	$\exists$ -h, 3
5	$Q(y)$	$\rightarrow$ -h, 4, 2
6	$(\exists x) Q(x)$	$\exists$ -k, 5

- (ii) Berikut diberikan rangka bukti formal bagi hujah

$$\neg (\exists x) (A(x) \wedge B(x)) \vdash (\forall x) (\neg A(x) \vee \neg B(x))$$

Lengkapkan bukti ini seberapa mana yang boleh, dan seterusnya tuliskan pernyataan di atas sebagai suatu petua pentaabiran

dari  $\neg (\exists x) (A(x) \wedge B(x))$  taab  $(\forall x) (\neg A(x) \vee \neg B(x))$

1		$\neg (\exists x) (A(x) \wedge B(x))$	h1
2		dari $\neg (\neg A(a) \vee \neg B(a))$ taab $A(a) \wedge \neg A(a)$	
2.1		$\neg (\neg A(a) \vee \neg B(a))$	h 2.1
2.2		dari $\neg A(a)$ taab $(\neg A(a) \vee \neg B(a)) \wedge \neg (\neg A(a) \vee \neg B(a))$	
		⋮	
2.3		$A(a)$	$\neg$ -H, 2.2
2.4		dari $A(a)$ taab $(\exists x) (A(x) \wedge B(x)) \wedge \neg (\exists x) (A(x) \wedge B(x))$	
		2.4.1 $A(a)$	h 2.1.1
		2.4.2 dari $\neg B(a)$ taab ...	
		⋮	
		2.4.3 $B(a)$	$\neg$ -H, 2.4.2
		2.4.4 $A(a) \wedge B(a)$	$\wedge$ -K, 2.3, 2.4.3
⋮		⋮	

- (iii) Dengan menggunakan predikat-predikat yang sesuai, tuliskan pernyataan-pernyataan berikut dalam bentuk bersymbol (alam semesta ialah set semua bunga) dan seterusnya gunakan bukti formal untuk membuktikan bahawa S merupakan kesimpulan sah daripada  $H_1$ ,  $H_2$  dan  $H_3$ .

$H_1$  : Semua bunga ros berwarna merah

$H_2$  : Tidak ada bunga besar yang wangi

$H_3$  : Bunga yang tidak wangi tidak berwarna merah

$H_4$  : Bunga ros ialah bunga yang kecil

[40/100]

- (c) Diberikan predikat-predikat berikut:

$P(x, y, z) : x + y = z$

$Q(x, y, z) : x \cdot y = z$

$k(x, y) : x < y$

Tuliskan ayat-ayat di bawah dalam bentuk bersymbol, dan nyatakan sama ada ayat-ayat itu benar atau palsu bagi alam semesta integer:

- (i) Bagi setiap dua integer, satu daripadanya sentiasa kurang atau sama dengan yang satu lagi.
- (ii) Terdapat hasil tambah dua nombor yang sama dengan hasil darabnya.

[30/100]

3. (a) (i) Suatu fungsi bernama *semak* menerima dua nombor asli berlainan sebagai hujah dan menentukan sama ada hasil tolak dua nombor itu adalah negatif. Berikan spesifikasi tersirat fungsi ini.
- (ii) Berikan takrif langsung fungsi yang sama.
- (iii) Dengan menggunakan fungsi *semak* ini, berikan takrif tersirat suatu fungsi bernama *mutlak* yang mengirakan nilai mutlak hasil tolak dua nombor asli.
- (iv) Berikan takrif tersirat suatu fungsi bernama *card* yang mengirakan bilangan unsur suatu set nombor asli.
- (v) Diberikan suatu set nombor asli sebagai hujah, suatu fungsi bernama *jumlah* mengirakan hasil tambah unsur-unsur set tersebut. Berikan spesifikasi tersirat fungsi ini.
- (vi) Dengan menggunakan fungsi-fungsi di atas, berikan takrif tersirat suatu fungsi bernama *stolak* yang menerima dua set nombor asli sebagai hujah dan mengirakan nilai mutlak beza di antara jumlah unsur-unsur suatu set dan jumlah unsur-unsur set yang satu lagi.

- (vii) Suatu fungsi bernama *ptolak* menerima sebagai hujah suatu set yang mengandungi sebilangan genap unsur-unsur nombor asli dan mengirakan hasil tambah nilai-nilai mutlak beza pasangan-pasangan integer yang dipilih secara rawak daripada set tersebut. Umpamanya

$$P(\{1,2,4,5,9,10\}) = |1-2| + |4-5| + |9-10| = 3$$

Berikan spesifikasi tersirat fungsi *ptolak* ini.

[50/100]

- (b) Diberikan objek gubahan berikut:

$$\begin{array}{l} B :: x : Z \\ y : Z \end{array}$$

Tuliskan suatu operasi bernama BOO yang menyimpan suatu unsur B sebagai pembolehubah luar yang dibaca untuk mengoutputkan hasil tambah  $x$  dan  $y$ .

Tuliskan satu lagi operasi bernama BEE yang menyimpan suatu unsur B sebagai pembolehubah luar, dan apabila dilaksanakan, ia mengoutputkan hasil darab  $x$  dan  $y$  serta menyimpan nilai ini di dalam  $x$  dan menyimpan hasil tambah  $x$  dan  $y$  di dalam  $y$ .

[20/100]

- (c) Suatu organisasi bank boleh digambarkan sebagai sebuah bank pusat dengan cawangan-cawangannya (yang merupakan bank juga), dengan setiap cawangan mempunyai cawangan-cawangannya sendiri, dan seterusnya dalam bentuk yang sama. Bilangan cawangan (bank) di dalam sesuatu organisasi bank ternyata terhad. Selain cawangan-cawangannya, yang kita akan andaikan tidak melebihi satu, setiap bank dikenali dengan namanya dan ia menyimpan sejumlah wang yang mungkin negatif.

- (i) Takrifkan suatu struktur data yang sesuai untuk sebuah bank seperti yang digambarkan di atas.

- (ii) Berikan spesifikasi tersirat suatu fungsi bernama *cawangan* yang menerima data berbentuk bank (dalam (i)) sebagai hujah dan mengirakan yang berikut:

- bilangan cawangan di dalam organisasi tersebut, dan
- jumlah wang yang disimpan

[30/100]

## PETUA PENTAABIRAN DALAM SISTEM BUKTI FORMAL

$$1.a \quad \wedge\text{-K} : \frac{A_1, \dots, A_n}{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}$$

$$1.b \quad \wedge\text{-H} : \frac{A_1 \wedge \dots \wedge A_n}{A_i}$$

$$2.a \quad \vee\text{-K} : \frac{A_i}{A_1 \vee \dots \vee A_n}$$

$$2.b \quad \vee\text{-H} : \frac{A_1 \vee \dots \vee A_n, A_1 \rightarrow A, \dots, A_n \rightarrow A}{A}$$

$$3.a \quad \neg\text{-K} : \frac{\text{Dari } A \text{ taabirkan } A_1 \wedge \neg A_1}{\neg A}$$

$$3.b \quad \neg\text{-H} : \frac{\text{Dari } \neg A \text{ taabirkan } A_1 \wedge \neg A_1}{A}$$

$$4.a \quad \rightarrow\text{-K} : \frac{\text{Dari } A_1, \dots, A_n \text{ taabirkan } A}{(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow A}$$

$$4.b \quad \rightarrow\text{-H} : \frac{A_1 \rightarrow A_2, A_1}{A_2}$$

$$5.a \quad \Leftrightarrow\text{-K} : \frac{A_1 \rightarrow A_2, A_2 \rightarrow A_1}{A_1 \Leftrightarrow A_2}$$

$$5.b \quad \Leftrightarrow\text{-H} : \frac{A_1 \Leftrightarrow A_2}{A_1 \rightarrow A_2, A_2 \rightarrow A_1}$$

$$6.a \quad \exists\text{-K} : \frac{A(a)}{(\exists x) A(x)}$$

$$6.b \quad \exists\text{-H} : \frac{(\exists x) A(x)}{A(a)} \quad (\text{bersyarat})$$

$$7.a \quad \forall\text{-K} : \frac{A(a)}{(\forall x) A(x)} \quad (\text{bersyarat})$$

$$7.b \quad \forall\text{-H} : \frac{(\forall x) A(x)}{A(a)}$$

## PETUA PENTAABIRAN TAMBAHAN UNTUK PEMBUKTIAN SPESIFIKASI

$$\begin{aligned}
 \text{vac} \Rightarrow & \frac{E_2}{E_1 \Rightarrow E_2} & \frac{E_1 \Rightarrow E_2; \neg E_2}{\neg E_1} \\
 & \frac{\neg E_1}{E_1 \Rightarrow E_2} & \frac{E_1 \Rightarrow E_2; E_1}{E_2} \\
 = \text{t-subst} & \frac{s_1 = s_2; E}{E [s_2/s_1]}
 \end{aligned}$$

$$f : D \rightarrow R$$

$$f(d) \triangleq e$$

$$e_0 = e(d_0/d)$$

$$\Delta\text{-subst} \quad \frac{d_0 \in D; E(e_0)}{E[f(d_0)/e_0]}$$

$$\Delta\text{-inst} \quad \frac{d_0 \in D; E(f(d_0))}{E[e_0/f(d_0)]}$$

$$f(d) \triangleq \text{if } e \text{ then } et \text{ else } ef$$

$$\text{if-subst} \quad \frac{d_0 \in D; e_0; E(et_0)}{E[f(d_0)/et_0]} \quad \frac{d_0 \in D; \neg e_0; E(ef_0)}{E[f(d_0)/ef_0]}$$



**PETUA UNTUK MEMBUKTI TEOREM SECARA AUTOMATIK**

**Petua Anteseden**

- Petua  $\neg \Rightarrow$  Jika  $\alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} X, \gamma$ , maka  $\alpha, \neg X, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$
- Petua  $\wedge \Rightarrow$  Jika  $X, Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$ , maka  $\alpha, X \wedge Y, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$
- Petua  $\vee \Rightarrow$  Jika  $X, \alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$  dan juga  $Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$ , maka  $\alpha, X \vee Y, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$
- Petua  $\rightarrow \Rightarrow$  Jika  $Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$  dan juga  $\alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} X, \gamma$ , maka  $\alpha, X \rightarrow Y, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$
- Petua  $\Leftarrow \Rightarrow$  Jika  $X, Y, \alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$  dan juga  $\alpha, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} X, Y, \gamma$ , maka  $\alpha, X \Leftarrow Y, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$

**Petua Akibat**

- Petua  $\Rightarrow \neg$  Jika  $X, \alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} \beta, \gamma$ , maka  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} \beta, \neg X, \gamma$
- Petua  $\Rightarrow \wedge$  Jika  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} X, \beta, \gamma$  dan juga  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} Y, \beta, \gamma$ , maka  $\alpha, X \wedge Y, \beta \stackrel{u}{\Rightarrow} \gamma$
- Petua  $\Rightarrow \vee$  Jika  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} X, Y, \beta, \gamma$ , maka  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} \beta, X \vee Y, \gamma$
- Petua  $\Rightarrow \rightarrow$  Jika  $X, \alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} Y, \beta, \gamma$ , maka  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} \beta, X \rightarrow Y, \gamma$
- Petua  $\Leftarrow \Rightarrow$  Jika  $X, \alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} Y, \beta, \gamma$  dan juga  $Y, \alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} X, \beta, \gamma$ , maka  $\alpha \stackrel{u}{\Rightarrow} \beta, X \Leftarrow Y, \gamma$

**PETUA PETAABIRAN BAGI BUKTI KETEPATAN PROGRAM**

- 1.a  $\frac{Q_1\{S_1\}Q_2, Q_2\{S_2\}Q_3}{Q_1\{S_1;S_2\}Q_3}$  (Petua Pengubahan)
- 2.a  $\frac{Q_1 \rightarrow Q_2, Q_2\{S\}Q_3}{Q_1\{S\}Q_3}$  } (Petua Akibat)
- 2.b  $\frac{Q_1\{S\}Q_2, Q_2 \rightarrow Q_3}{Q_1\{S\}Q_3}$  }
- 3.  $\frac{(Q_1 \wedge \text{syarat})\{S\}Q_2, (Q_1 \wedge \neg \text{syarat}) \rightarrow Q_2}{Q_1\{\text{IF syarat THEN } S\}Q_2}$  (Petua IF-THEN) } (Petua bersyarat)
- 4.  $\frac{(Q_1 \wedge \text{syarat})\{S_1\}Q_2, (Q_1 \wedge \neg \text{syarat})\{S_2\}Q_2}{Q_1\{\text{IF syarat THEN } S_1 \text{ ELSE } S_2\}Q_2}$  (Petua IF-THEN-ELSE) }
- 5.  $\frac{(Q \wedge \text{syarat})\{S\}Q}{Q\{\text{WHILE syarat DO } S\}(Q \wedge \neg \text{syarat})}$  (Petua WHILE-DO) } (Petua Pelelaran)
- 6.  $\frac{Q_1\{S\}Q_2, (Q_2 \wedge \neg \text{syarat}) \rightarrow Q_1}{Q_1\{\text{REPEAT } S \text{ UNTIL syarat}\}(Q_2 \wedge \text{syarat})}$  (Petua REPEAT-UNTIL) }