UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2007/2008 Academic Session
Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2007/2008

October/November 2007
Oktober/November 2007

ESA 201/3 – Random Process In Engineering
Proses Rawak Kejuruteraan

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

INSTRUCTION TO CANDIDATES
ARAHAN KEPADA CALON

Please ensure that this paper contains **TWELVE (12)** printed pages and **FOUR (4)** questions before you begin examination.
Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi ***DUA BELAS (12)*** *mukasurat bercetak dan* ***EMPAT (4)*** *soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.*

Answer **ALL** questions.
Jawab ***SEMUA*** *soalan.*

Student may answer the questions either in English or Bahasa Malaysia.
Pelajar boleh menjawab soalan dalam Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia.

Each questions must begin from a new page.
Setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.

1. (a). If **r(s,t)** is a joint probability density function of discrete random variables **S** and **T** . Give the definition of:

*Jika **r(s,t)** ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak diskrit **S** dan **T** . Berikan takrifan yang berikut:*

(i) the marginal probability function of **S** ;

*fungsi kebarangkalian marginal bagi **S**;*

(ii) the marginal probability function of **T**;

*fungsi kebarangkalian marginal bagi **T**;*

(iii) the conditional probability function of **S** given **T**; and

*fungsi kebarangkalian bersyarat bagi **S** diberi **T**; dan*

(iv) the joint cumulative function of **S** and **T**.

*fungsi kumulatif bercantum **S** dan **T**.*

(15 marks/*markah*)

(b). If **h(l,m)** is a joint probability density function of two continuous random variables **L** and **M**. State two conditions that **h(l,m)** is a truly joint probability density function.

*Jika **h(l,m)** ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak selanjar **L** dan **M**. Nyatakan dua syarat supaya **h(l,m)** itu merupakan benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi **L** dan **M**.*

(15 marks/*markah*)

(c). In the study of an aircraft design, the determination of parameter such as the time position of the flight and high-intensity winds occur in a particular area are very important. From the past research and experience, there are two types of data to measure the high-intensity winds during the 4 days and critical wind velocities more than 200 km per hour. Let **V** be a random variable for more accurately measured with such high- intensity winds and **W** be a random variable for less accurately measured with such high-intensity winds. The joint probability function of **V** and **W** are given:

Dalam kajian rekabentuk pesawat, penentuan kedudukan masa dan kelajuan angin pada sesuatu masa dan tempat penerbangan dilakukan adalah amat penting. Daripada penyelidikan dan pengalaman yang lalu, dua jenis data bagi pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur dalam masa 4 hari mengikut kelajuan angin melebihi 200 km per jam. Katakan V ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara tepat dan W ialah pembolehubah rawak bagi pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur kurang tepat. Fungsi kebarangkalian bercantum bagi V dan W diberi seperti yang berikut:

	W=0	W=1	W=2	W=3
V=0	0.07	0.05	0.02	0.01
V=1	0.05	0.16	0.12	0.02
V=2	0.02	0.12	0.17	0.05
V=3	0.01	0.01	0.05	0.07

(i) What is the mean and the standard deviation of the more accurately measured high- intensity winds?;

Apakah nilai min dan sisihan piawai bagi pengukuran keamatan angina yang tinggi diukur secara tepat?;

(ii) Let **A** be the event that the more accurately and the less accurately measured winds occurring at the same time; what is the probability of **A**?;

Katakan A ialah peristiwa pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara tepat dan kurang tepat berlaku pada masa yang sama; apakah kebarangkalian peristiwa A berlaku?;

(iii) What is the probability that the more accurately measured with high-intensity wind occurring two times, if the less accurately been measured also occur two time?;

Apakah kebarangkalian peristiwa pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara tepat berlaku sebanyak dua kali jika diberi pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara kurang tepat juga berlaku sebanyak dua kali?.

(iv) What is the probability that the more accurately measured high-intensity wind occurring once if the less accurately measured wind had occurred at least twice?;

Apakah kebarangkalian peristiwa pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara tepat berlaku sekali sahaja jika diberi pengukuran keamatan angin yang tinggi diukur secara kurang tepat berlaku sekurang-kurangnya dua kali?.

(35 marks/*markah*)

(d). A study of the duration interval and the high- intensity occurrence of storm in the space has been done by a group of researchers from School of Aerospace Engineering. The purpose of the study is to make sure that the space condition is safe for the launch of rocket. Let **D** be a random variable representing the duration interval storm occurring and **H** be a random variable denoting the average rainfall rate during a high-intensity storm which is defined as the average rainfall rate. The joint probability density function of **D** and **H** is given as follows:

*Satu kajian selang tempoh ribut dan keamatan ribut berlaku di angkasa dijalankan oleh sekumpulan penyelidik dari Pusat Pengajian Kejuruteraan Aeroangkasa bagi memastikan keadaan di angkasa itu selamat semasa roket hendak dilancarkan. Katakan **D** ialah pembolehubah rawak selang tempoh ribut berlaku dan **H** ialah pembolehubah rawak keamatan ribut yang ditakrifkan sebagai purata kadar hujan turun. Fungsi kebarangkalian bercantum **D** dan **H** itu diberi seperti yang berikut:*

$$r(d,h)=\begin{cases} k & , \quad 0<|h|<d<1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases}$$

where **k** is a constant.

dengan ***k*** *adalah sebarang nilai malar.*

(i) Find the value of **k** such that **r(d,h)** is truly a joint probability density function of **D** and **H**;

Dapatkan nilai ***k*** *supaya* ***r(d,h)*** *itu benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum* ***D*** *dan* ***H****;*

(ii) Find the mean and the standard deviation of **the storm duration interval** in space;

Tentukan min dan sisihan piawai bagi ***selang tempoh ribut*** *yang berlaku di angkasa;*

(iii) Determine whether **the storm duration interval** and **the high intensity of the storm** are independent or not;

Tentukan sama ada ***selang tempoh ribut*** *dan* ***keamatan ribut*** *itu bebas di antara satu sama lain atau tidak;*

(iv) Determine the probability that the high intensity of the storm, **h** occur between **0** and **0.5** given that the storm duration interval is at **d=0.5**?

Tentukan apakah kebarangkalian keamatan ribut, ***h*** *berlaku diantara* ***0*** *dan* ***0.5*** *diberi bahawa selang tempoh ribut berlaku pada* ***d=0.5?***

(35 marks/*markah*)

2. (a). Let **X(t)** be a continuous random process in an operational engineering system with the probability density function **f(X(t))**. Define the following:

Katakan X(t) ialah satu proses rawak selanjar dalam satu sistem operasi kejuruteraan dengan fungsi kebarangkalian f(X(t)). Berikan takrifan yang berikut:

(i) the mean of **X(t)**;

min bagi X(t);

(ii) the correlation of **X(t)** at $t_1 = r$ and $t_2 = s$.

korelasi bagi X(t) pada $t_1 = r$ dan $t_2 = s$.

(15 marks/*markah*)

(b). (i) If **X(t)** is a wide-sense stationary random process, please state two conditions of **X(t)** to be a wide-sense stationary process.

Jika X(t) ialah satu proses rawak pegun secara meluas, nyatakan dua syarat yang perlu dipenuhi oleh X(t).

(ii) State two properties of the correlation function, **R(τ)** of stationary random process, **X(t)**.

Nyatakan dua sifat fungsi korelasi, R(τ) bagi satu proses rawak pegun, X(t).

(15 marks/*markah*)

(c). Let $Y(t) = X(t)\sin(wt + \theta)$ be a new random process with **X(t)** as a wide-sense stationary random process with mean μ and θ be a random variable uniformly distributed between **0** and 2π and is independent of the process **X(t)**.

Katakan $Y(t) = X(t)\sin(wt + \theta)$ ialah satu proses rawak baru dengan X(t) adalah proses rawak pegun secara meluas dengan min μ dan θ adalah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke 2π dan bebas daripada proses X(t).

(i) Find the mean of **Y(t)**;

*Cari min bagi **Y(t)**;*

(ii) Determine the correlation function of **Y(t)**;

*Tentukan fungsi korelasi proses rawak **Y(t)**;*

(iii) Determine the cross-correlation function of **X(t)** and **Y(t)**.

*Tentukan fungsi korelasi silang diantara **X(t)** dan **Y(t)**;*

(iv) Is **Y(t)** is also a wide-sense stationary random process?.

*Adakah **Y(t)** ialah satu proses rawak pegun secara meluas atau tidak?.*

(40 marks/*markah*)

(d) Let two stationary random process as be given as,

Katakan dua proses rawak pegun di beri sebagai;

$$X(t) = 3\cos(wt + \theta); \quad \textbf{and} \quad Y(t) = 2\cos(wt + \theta + \varphi)$$

with **w** and φ are constants and θ is a random variable uniformly distributed from **0** to 2π.

*dengan **w** dan φ adalah malar dan θ ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari **0** ke 2π.*

(i) Find the cross correlation function of the two random processes;

Dapatkan fungsi korelasi silang diantara dua proses rawak tersebut;

(ii) For what values of φ. are **X(t)** and **Y(t)** orthogonal ?

*Jika **X(t)** dan **Y(t)** adalah orthogonal, dapatkan nilai φ.*

(30 marks/*markah*)

3. (a) If **X(t)** is a stationary random process, state the power spectral density function, **S(f)** of the process and give two properties of the function.

Jika X(t) adalah satu proses rawak pegun, nyatakan fungsi ketumpatan kuasa spektrum, S(f) bagi proses itu dan berikan dua sifat fungsi ketumpatan spektrum tersebut.

(15 marks/*markah*)

(b) For a linear system as in **Figure 3.1**, with input **X(t)**, output **Y(t)** and impulse response **h(t)**, what is the relationship between the input and the output of the system?. State two properties of a linear system.

*Bagi satu sistem linear seperti dalam **Rajah 3.1** yang mempunyai masukan **X(t)**, keluaran **Y(t)** dan respons dedenyut **h(t)**, berikan perhubungan diantara masukan dan **keluaran** tersebut. Seterusnya nyatakan dua sifat dalam satu sistem linear.*

(15 marks/*markah*)

(c) Let the stationary random process in the telegraph system have correlation function, $R(\tau) = exp(-2|\tau|)$. Find the power spectral density function of this random process.

Katakan bagi satu proses rawak pegun dalam sistem telegraf mempunyai fungsi korelasi, $R(\tau) = exp(-2|\tau|)$. Dapatkan fungsi ketumpatan kuasa spektrum bagi proses rawak tersebut.

(30 marks/*markah*)

(d) The processing of random process **X(t)** be given by,

Satu pemprosesan proses rawak X(t) adalah diberi seperti berikut,

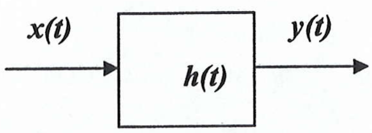

Figure 3.1/*Rajah 3.1*

4. (a) Let $\mathbf{P_{ij}}$ be a transition matrix of probability of moving from state **i** to state **j** with one step and $\underline{\pi}$ be the equilibrium distribution of the process. State:

*Katakan $\boldsymbol{P_{ij}}$ ialah matriks peralihan yang menyatakan kebarangkalian peralihan dari keadaan **i** ke keadaan **j** dalam satu langkah dan $\underline{\pi}$ ialah taburan keseimbangan bagi proses tersebut, berikan:*

(i) two properties of the transition matrix.

dua sifat bagi matriks peralihan tersebut.

(ii) the two conditions that the equilibrium distribution of the process will be a stationary distribution process.

dua syarat supaya taburan keseimbangan proses itu merupakan proses taburan pegun.

(15 marks/*markah*)

(b) Find the equilibrium distribution of the two-state Markov process with transition matrix,

Tentukan taburan keseimbangan bagi proses Markov dengan matriks peralihan seperti yang berikut,

where $0<\alpha<1$ and $0<\beta<1$.

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix}$$

(15 marks/*markah*)

(c) Let a communication system of the communication satellite follow the Markov process with **r** denoting the received message signal from the earth station; **s** denotes the send message signal to the earth station and **w** denotes the waiting message signal from the earth station. If at time **t**, the communication system is in the state **r** or **s**, then at time **t + 1**, the system will be in the same state with the same probability but it is impossible in the state **w**. However, if at time **t**, the communication system is in the state **w**, then at time **t + 1**, the system will be in the state **r** or **s** with the probability **0.3** and will be in the state **w** with the probability **0.4.**

*Katakan sistem komunikasi sebuah satelit komunikasi adalah mengikut proses Markov dengan **r** menunjukan isyarat mesej diterima dari stesen bumi, **s** menunjukan isyarat mesej dihantar ke stesen bumi dan **w** menunjukan isyarat sedang menunggu mesej dari stesen bumi. Jika pada masa **t**, sistem komunikasi berada dalam keadaan **r** atau **s**, maka pada masa **t + 1**, sistem itu akan berada pada keadaan yang sama dengan kebarangkalian yang sama tetapi tidak mungkin berada pada keadaan **w**. Bagaimanapun, jika pada masa **t**, sistem komunikasi berada pada keadaan **w** , maka pada masa **t + 1**, sistem itu akan berada pada keadaan **r** atau **s** dengan kebarangkalian **0.3** dan berada pada keadaan **w** dengan kebarangkalian **0.4**.*

(i) Write the transition matrix of the communication system of the satellite;

Tulis matriks peralihan bagi sistem komunikasi satelit itu;

(ii) If at a certain time, the system is initially positioned with probabilities **(0.4, 0.3, 0.3)**, what is the probability that the system will be in the state of waiting for message signal from the earth station after time **t = 3**;

*Jika pada satu masa tertentu, sistem itu berada pada keadaan **(0.4, 0.3, 0.3)**, apakah kebarangkalian sistem itu berada pada keadaan mesej sedang menunggu dari stesen bumi selepas masa **t = 3** ;*

(iii) Find the equilibrium distribution of the communication system of the satellite.

Tentukan taburan keseimbangan bagi proses sistem komunikasi satelit tersebut.

(40 marks/*markah*)

(d) From the data analysis that we get from Malaysia Weather Forecast Department over the year 2006 from January to December, we have the probability that weather has change from sunny, rainy and hazy is given by the transition matrix below:

Daripada analisis data yang diperolehi dari Jabatan Kaji Cuaca Malaysia sepanjang tahun 2006 yang lalu, didapati kebarangkalian peralihan cuaca dalam keadaan panas, hujan dan berjerebu secara bulanan bermula dari Januari 2006 hingga Disember 2006 diberi oleh matriks peralihan yang berikut:

	Sunny/ *Panas*	**Rainy/ *Hujan***	**Hazy/ *Berjerebu***
Sunny/*Panas*	*0.7*	*0.2*	*0.1*
Rainy/*Hujan*	*0.2*	*0.6*	*0.2*
Hazy/*Berjerebu*	*0.1*	*0.4*	*0.5*

If the transition matrix is still valid in this year, 2007 and let it be that on the first day of the new year 2007 the weather was equally probability to be either sunny, rainy or hazy.

Jika sekiranya pada tahun 2007 ini, matriks peralihan di atas masih boleh digunakan dan katakan pada hari pertama tahun baru 2007, keadaan cuaca pada hari itu mempunyai kebarangkalian yang sama diantara ketiga-tiga keadaan, panas, hujan dan berjerebu.

(i) What is the probability that it was raining on the first day of April 2007?.

Apakah kebarangkalian keadaan cuaca pada hari pertama bulan April 2007 adalah hujan?.

(ii) Find the equilibrium distribution of the above weather transition process.

Dapatkan taburan keseimbangan bagi proses peralihan cuaca tersebut.

(30 marks/*markah*)

ooo000ooo