
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2006/2007 Academic Session
Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2006/2007

October/November 2006
Oktober/November 2006

ESA 201/3 – Random Process In Engineering
Proses Rawak Kejuruteraan

Hour : [3 hours]
Masa : [3 jam]

INSTRUCTION TO CANDIDATES
ARAHAN KEPADA CALON

Please ensure that this paper contains **TWELVE (12)** printed pages and **SIX (6)** questions before you begin examination.

*Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **DUA BELAS (12)** mukasurat bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.*

Answer **FIVE (5)** questions.

*Jawab **LIMA (5)** soalan.*

Student may answer the questions either in English or Bahasa Malaysia.

Pelajar boleh menjawab soalan dalam Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia.

Each questions must begin from a new page.

Setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.

1. (a) If $f(x,y)$ is a joint probability density function of a discrete random variables X and Y , please define the following:

Jika $f(x,y)$ ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum bagi dua pembolehubah rawak diskrit X dan Y , berikan takrifan yang berikut:

- (i) the marginal probability function of X and the marginal probability function of Y .

fungsi marginal bagi X dan fungsi marginal bagi Y .

- (ii) the conditional probability function of X given Y .

fungsi kebarangkalian bersyarat X diberi Y .

(4 marks/markah)

- (b) Consider the example of communication system over a noisy channel. Let X and Y be the two random variables denoted as the binary signal sent and received in the system. The probability that the signal has been sent and the probability that the signal has not been sent is equal, the probability signal has been received given that the signal has not sent is 0.9 and the probability that the signal has not been received given that the signal has been sent is 0.3.
Find,

Pertimbangkan contoh dalam sistem komunikasi ke atas saluran hangar. Katakan X dan Y ialah dua pembolehubah rawak yang menunjukkan isyarat binary yang dihantar dan diterima dalam sistem tersebut. Kebarangkalian isyarat dihantar dan kebarangkalian isyarat tidak dihantar adalah sama, kebarangkalian isyarat diterima diberi isyarat tidak dihantar ialah 0.9 dan kebarangkalian isyarat tidak diterima diberi isyarat dihantar ialah 0.3.

Dapatkan,

- (i) the probability that the signal has been received.

kebarangkalian isyarat diterima.

- (ii) the probability that the signal has not been received.

kebarangkalian isyarat tidak diterima.

- (iii) the probability that the signal has been sent out given that the signal has not been received.

kebarangkalian isyarat dihantar diberi isyarat tidak diterima.

- (iv) are the signal sent and received independent? Why or why not?

adakah isyarat dihantar dan isyarat diterima itu merupakan dua pembolehubah yang bebas? Mengapa atau mengapa tidak?

- (v) the mean and the variance of the signal received.

min dan varians bagi isyarat diterima.

(16 marks/markah)

2. (a) If $g(x,y)$ is a joint probability density function of two continuous random variables X and Y , state the two conditions that $g(x,y)$ is a truly joint probability density function.

Jika $g(x,y)$ ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum dua pembolehubah rawak X dan Y , nyatakan dua syarat supaya $g(x,y)$ benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum.

(4 marks/markah)

- (b) Let X and Y are jointly distributed by the probability density function,

$$g(x, y) = \begin{cases} k & , |y| < x, \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

Katakan X dan Y ialah dua pembolehubah rawak yang mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum,

$$g(x, y) = \begin{cases} k & , |y| < x, \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ lain - lain} \end{cases}$$

Find,

Dapatkan,

- (i) the value of k .

nilai k .

- (ii) probability X greater than 0.5 and Y is between -0.5 and 0.5 .

kebarangkalian X lebih besar daripada 0.5 dan Y di antara -0.5 dan 0.5 .

- (iii) the marginal function of X and the marginal function of Y .

Fungsi marginal bagi X dan fungsi marginal bagi Y .

3. (a) (i) If $\mathbf{X}(t)$ is a wide-sense stationary random process, state the two conditions of $\mathbf{X}(t)$ to be a wide-sense stationary process.

Jika $X(t)$ ialah satu proses rawak pegun secara meluas, nyatakan dua syarat yang perlu dipenuhi oleh $X(t)$.

- (ii) State the two properties of the correlation function of stationary random process, $\mathbf{R}(\tau)$.

Nyatakan dua sifat fungsi korelasi bagi satu proses rawak pegun $R(\tau)$.

(4 marks/markah)

- (b) Let the random processes, $\mathbf{X}(t) = A\cos(\omega t)$, where ω is a constant and A is a random variable has an exponential distribution with probability density function,

$$f(A = a) = \begin{cases} 2e^{-2a} & , a \geq 0 \\ 0 & , a < 0 \end{cases}$$

Katakan $X(t) = A\cos(\omega t)$ ialah satu proses rawak dengan ω adalah malar dan A ialah pembolehubah rawak tertabur secara eksponen dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(A = a) = \begin{cases} 2e^{-2a} & , a \geq 0 \\ 0 & , a < 0 \end{cases}$$

Show that whether $\mathbf{X}(t)$ is the wide-sense stationary random process or not?.

Tunjukkan samada proses rawak tersebut adalah proses rawak pegun secara meluas atau tidak?

(8 marks/markah)

4. (a) Give the definition of the power spectral density function of the random processes and hence state the Wiener-Khintchine theorem. Let a random processes, $Y(t) = A\sin(\omega t + \phi)$, where A and ω are constants and ϕ is a random variable uniformly distributed from 0 to 2π . Determine the power spectral density function of the process.

Berikan definisi fungsi ketumpatan spektrum kuasa bagi satu proses rawak dan seterusnya nyatakan teorem Wiener-Khintchine. Katakan satu proses rawak, $Y(t) = A\sin(\omega t + \phi)$, dengan A dan ω adalah malar dan ϕ ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam dari 0 ke 2π . Tentukan fungsi ketumpatan spektrum kuasa bagi proses rawak tersebut.

(10 marks/markah)

- (b) State two properties of the power spectral density function of the random processes, $S(f)$. If the telegraph process is a wide sense stationary processes with correlation function, $R(\tau) = e^{-2\alpha|\tau|}$, what is the power spectral density function of this process.

Nyatakan dua sifat fungsi ketumpatan spektrum kuasa bagi satu proses rawak, $S(f)$. Jika satu proses telegraf adalah merupakan satu proses rawak pegun secara meluas dengan fungsi korelasi, $R(\tau) = e^{-2\alpha|\tau|}$, apakah fungsi ketumpatan spektrum kuasa bagi proses telegraf tersebut.

(10 marks/markah)

5. (a) Let P_{ij} is a transition probability matrix of object moving from state i to state j with one step. Give two properties of the transition matrix.

Katakan P_{ij} ialah matriks kebarangkalian peralihan satu objek yang bergerak dari keadaan i ke keadaan j dengan satu langkah. Berikan dua sifat matriks peralihan tersebut.

(4 marks/markah)

- (b) An aerospace company is considering using Markov chain theory to analyse brand switching between three different brands of floppy disks, **A**, **B** and **C**. Survey data has been gathered and has been used to estimate the following transition matrix for the probability of moving between brands each month:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.80 & 0.10 & 0.10 \\ 0.03 & 0.95 & 0.02 \\ 0.20 & 0.05 & 0.75 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

*Sebuah syarikat aeroangkasa menggunakan teori rantai Markov untuk menganalisa pertukaran antara jenama cakera lembut yang digunakan, **A**, **B** dan **C**. Data yang diperolehi bagi menganggarkan matriks peralihan kebarangkalian pergerakan jenama setiap bulan adalah seperti yang berikut:*

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.80 & 0.10 & 0.10 \\ 0.03 & 0.95 & 0.02 \\ 0.20 & 0.05 & 0.75 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

The current (October 2006) market shares are 45%, 25% and 30% for brands **A**, **B** and **C** respectively.

*Saham pasaran terkini (Oktober 2006) adalah masing-masingnya 45%, 25% dan 30% bagi jenama **A**, **B** dan **C**.*

- (i) What will be the expected market shares in January 2007?

Apakah jangkaan saham pasaran bagi bulan Januari 2007?

- (ii) What is the long-run prediction for the expected market share for each of the three brands?

Apakah ramalan jangka panjang bagi jangkaan saham pasaran setiap jenama tersebut?

- (iii) Would you expect the actual market share to approach the long-run prediction for the market or not (and why?).

Apakah anda telah menjangkakan bahawa saham pasaran sebenar menghampiri ramalan jangka panjang pasaran atau tidak (dan mengapa?).

(16 marks/markah)

6. (a) In analyzing switching by Business Class customers between MAS and Singapore Airline, the following data has been obtained:

		Next flight by	
		MAS	Singapore
Last flight by	MAS	0.85	0.15
	Singapore	0.10	0.90

Dalam penganalisaan pertukaran pengguna Kelas Perniagaan di antara dua syarikat penerbangan iaitu MAS dan Singapore Airline, data yang diperolehi adalah seperti yang berikut:

		Penerbangan akan datang oleh	
		MAS	Singapore
Penerbangan terakhir oleh	MAS	0.85	0.15
	Singapore	0.10	0.90

Business Class customers make 2 flights a year on average. Currently MAS have 30% of the Business Class market. What would you forecast MAS's share of the Business Class market to be after three years?

Pengguna Kelas Perniagaan melakukan penerbangan secara puratanya dua kali setahun. Terkini, MAS mempunyai 30% pasaran Kelas Perniagaan. Apakah yang ramalan saham pasaran bagi Kelas Perniagaan MAS selepas tiga tahun akan datang?

(8 marks/markah)

- (b) An operational researcher is analysing switching between two different products. She knows that in period 1, the market shares for the two products were 55% and 45% but that in period 2, the corresponding market shares were 67% and 33% and in period 3, the corresponding market shares were 70% and 30%. The researcher believes that an accurate representation of the market share in any period can be obtained using Markov processes. Assuming her belief is correct:

Pegawai Penyelidik Operasi sedang menganalisa pertukaran di antara dua jenis pengeluaran. Beliau mengetahui bahawa dalam jangka waktu pertama, saham pasaran bagi dua jenis pengeluaran itu ialah 55% dan 45% tetapi dalam jangka waktu kedua, saham pasarannya ialah 67% dan 33% dan dalam jangka waktu ketiga, saham pasarannya ialah 70% dan 30%. Berdasarkan pengalamannya, pegawai penyelidik itu percaya bahawa saham pasaran bagi dua jenis pengeluaran itu adalah tepat bagi sebarang jangka waktu yang diperolehi menggunakan proses Markov. Dengan menganggap kenyataan ini adalah benar.

- (i) Determine the transition matrix of this process.

Tentukan matriks peralihan bagi proses tersebut.

- (ii) Calculate the market shares in period 4 using the estimated transition matrix.

Menggunakan matriks peralihan di atas, dapatkan saham pasaran bagi jangka waktu yang keempat.

- (iii) If the actual market shares for period 4 were 71% and 29% would you revise your estimate of the transition matrix or not? Give reasons for your decision.

Jika saham pasaran sebenar bagi jangka waktu keempat ialah 71% dan 29%, apakah pegawai itu akan melakukan kajian semula terhadap matriks peralihan atau tidak?. Berikan alasan mengapa anda membuat keputusan tersebut.

(12 marks/markah)