

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1994/95

Oktober/November 1994

MST564 – Kebolehpercayaan Statistik

Masa: [3 jam]

Jawab semua soalan.

1. (a) Katakan fungsi taburan bagi masahayat T adalah

$$F(x) = 1 - (1 + x)^{-2}, \quad x > 0$$

cari

- (i) fungsi bahaya $h(x)$.
- (ii) min fungsi bahaya $A(x) = \frac{H(x)}{x}$.
- (iii) min sisa hayat $\mu(x)$.
- (iv) Adakah $F \in \text{IFR}$? Adakah $F \in \text{NBU}$?

[40/100]

- (b) Katakan F adalah fungsi taburan bagi suatu pembolehubah rawak T, buktikan bahawa

$$F \in \text{IFR} \Rightarrow F \in \text{IFRA} \Rightarrow F \in \text{NBU}$$

[60/100]

2. (a) Lapan cerapan pertama dari satu sampel saiz 12 masahayat adalah

31, 58, 157, 185, 300, 470, 497, 673

Dengan menganggap data di atas adalah dari taburan eksponen, cari

- (i) anggaran (m.l.e) bagi θ , min masahayat.
- (ii) 95% selang keyakinan bagi $\lambda = \theta^{-1}$.
- (iii) 95% selang keyakinan bagi $S(500)$.
- (iv) 95% selang keyakinan bagi t_p , kuantiti ke-p.

[50/100]

...2/-

- (b) Jika data yang diberi dalam bahagian (a) dianggap dari taburan Rayleigh dengan parameter skala $\theta \left(\theta = \frac{1}{\lambda} \right)$, ujikan hipotesis:

$$H_0 : \theta = 600$$

berlawanan

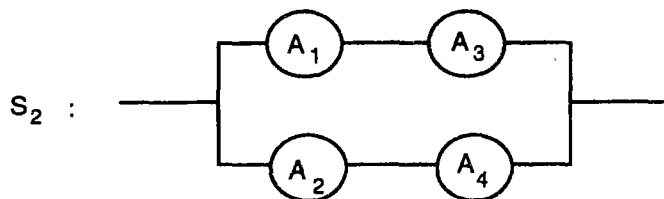
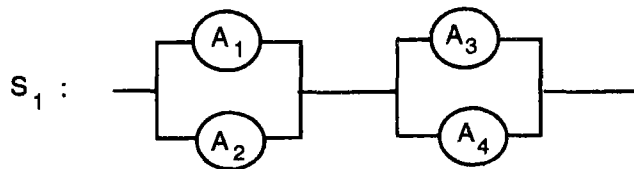
$$H_1 : \theta > 600$$

Gunakan $\alpha = 0.05$.

[50/100]

3. (a) S_1 dan S_2 dalam gambarajah di bawah adalah dua sistem yang terdiri daripada empat komponen A_1, A_2, A_3 dan A_4 , dimana

$$P(A_i \text{ berfungsi}) = \begin{cases} p_1, & \text{jika } i = 1 \text{ atau } 2 \\ p_2, & \text{jika } i = 3 \text{ atau } 4 \end{cases}$$



Yang mana sistem mempunyai reliabiliti lebih tinggi? Jawab soalan ini dengan bukti.

[40/100]

- (b) Suatu sistem selari terdiri daripada n komponen tak bersandar. Katakan masahayat x_i bagi komponen ke- i bertaburan eksponen negatif dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f_i(x_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i x_i}, & x_i > 0 \quad i = 1, \dots, n \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

...3/-

dan $T = \sum_{i=1}^n X_i$, tunjukkan bahwa

(i) T mempunyai fungsi 'survival'

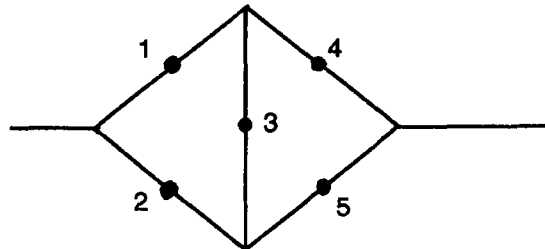
$$S(t) = \sum_i e^{-\lambda_i t} - \sum_{\substack{i < j \\ i < j}} e^{-(\lambda_i + \lambda_j)t} + \sum_{\substack{i < j < k \\ i < j < k}} e^{-(\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k)t} + \dots$$

(ii) apabila $\lambda_i = \lambda$ bagi $\lambda_i = 1, \dots, n$

$$E[T] = \frac{1}{\lambda} \sum_{r=1}^n 1/r$$

[60/100]

4. (a) Cari fungsi struktur bagi sistem berikut



Katakan $P(\text{komponen ke-}i \text{ adalah berfungsi}) = p_i, i = 1, \dots, 5$ dan katakan kegagalan kelima-lima komponen tak bersandar, nyatakan fungsi reliabiliti bagi sistem di atas.

Jika $p_i = 0.4, i = 1, \dots, 5$, berikan batas bawah dan atas bagi reliabiliti sistem.

[50/100]

(b) Katakan sebuah mesin mempunyai kadaran kegagalan

$$h(t) = (0.015 + 0.02t)/\text{tahun}$$

(t dalam tahun). Masahayat rekabentuk adalah 5 tahun.

(i) Cari reliabiliti bagi masahayat rekabentuk dengan mengangap penyelenggaraan cegahan tidak dilaksanakan.

(ii) Berapakah kali mesin ini perlu diselenggarakan, jika reliabiliti masahayat rekabentuk sekurang-kurangnya 0.95?

[50/100]

5. Data berikut adalah masahayat bagi 8 komponen yang diujikan

80, 134, 148, 186, 238, 450, 581, 890

Jika data di atas dianggap bertaburan Weibull dengan f.k.k.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} & , t > 0 \\ 0 & , \text{selainnya} \end{cases}$$

cari anggaran bagi θ dan β dengan menggunakan kaedah plot. Adakah model Weibull sesuai bagi data diberi?

(Anggap $\alpha = 0.10$).

[100/100]

- ooo00ooo -