UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1994/95

Oktober/November 1994

MSG 343 - Geometri Berkomputer

[Masa: 3 Jam]

Jawab **semua** soalan.

1. (a) Bincangkan mengenai unjuran ortografik dan perspektif.

(20/100)

(b) Andaikan garis lurus ℓ_1 melalui titik $(1,1,1)$ dan berarah $(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$, dan garis lurus ℓ_2 melalui titik $(1,0,2)$ dan $(2,1,1)$. Tuliskan persamaan ℓ_1 dan ℓ_2. Adakah ℓ_1 dan ℓ_2 bersilang?

(20/100)

(c) Katakan $\underline{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ menandakan lengkung dalam R^3, dan $\dot{r}$ menandakan terbitan $\underline{r}$ terhadap t. Tuliskan suatu persamaan homogen dalam bentuk $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ untuk menentukan titik infleksi.

(30/100)

(d) Lengkung p(t) dan q(t) bertemu pada t = a. Tuliskan syarat keselanjaran C^r dan G^r bagi r = 0, 1, 2. Lakarkan syarat keselanjaran G^2 untuk dua cebis lengkung Bezier kubik.

(30/100)

2. (a) Tuliskan bentuk tak tersirat $x = \frac{y^2}{16}$ dalam bentuk berparameter.

(15/100)

(b) Polinomial kubik, P(t), menginterpolasi data berikut:

$P(0) = P_0$, $P(1) = P_1$, $\dot{P}(0) = M_0$, $\dot{P}(1) = M_1$ dengan $\dot{P}$ menandakan terbitan P terhadap t. Tunjukkan bahawa

$P(t) = P_0H_0(t) + M_0H_1(t) + M_1H_2(t) + P_1H_3(t)$ dengan

$H_0(t) = (1-t)^2(1+2t)$, $H_1(t) = t(1-t)^2$

$H_2(t) = -t^2(1-t)$, $H_3(t) = t^2(3-2t)$

(35/100)

(c) Jika $x_i = i \in Z$ dan $M_n(x) = \frac{1}{(n-1)!}\sum_{i=0}^{n}(-1)^{n-i}\binom{n}{i}(x_i - x)_+^{n-1}$

menakrifkan fungsi B-Spline seragam berdarjah (n-1), tuliskan ungkapan $M_3(x)$ dan lakarkan $M_3(x-2)$.

(25/100)

(d) Terangkan bagaimana kita dapat menggunakan kaedah B-Spline untuk merekabentuk suatu objek yang tertutup sepenuhnya.

(25/100)

3. (a) Bincangkan dan lakarkan pelaksanaan algoritma Aitken untuk menjana satu cebis lengkung kubik.

Tuliskan algoritma ini untuk lengkung berdarjah am.

(25/100)

(b) Lengkung Bezier berdarjah n ditakfirkan oleh

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} V_i B_i^n(t) \quad , \quad 0 \le t \le 1$$

dengan $B_i^n(t) = \frac{n!\,t^i(1-t)^{n-i}}{(n-i)!\,i!}$ dan V_i adalah titik kawalan.

Tunjukkan bahawa

(i) $\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1$ (ii) $\sum_{i=0}^{n} \frac{i}{n} B_i^n(t) = t$

Dengan menggunakan kaedah aruhan, buktikan bahawa

$$\frac{d^r P(t)}{dt^r} = \frac{n!}{(n-r)!}\sum_{i=0}^{n-r}\left\{\Delta^r V_i\right\} B_i^{n-r}(t)$$

dengan Δ^r menandakan pengoperasi beza ke depan peringkat r.

(45/100)

152

(c) Permukaan Bezier berdarjah (m,n) ditakrifkan sebagai

$$P(u,v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} V_{ij} B_i^m(u) B_j^n(v) \quad , \quad 0 \le u, v \le 1$$

dengan V_{ij} sebagai titik kawalan.

(i) Tunjukkan bahawa P(u,v) menepati syarat hul cembung.

(ii) Terangkan (dengan lakaran yang sesuai) bagaimana algoritma de Casteljau dapat digunakan untuk mendapatkan suatu titik permukaan.

(30/100)

-ooo00ooo-