

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1994/95

Oktober/November 1994

MKT382 Tinjauan Sampel dan Teknik Pensampelan

Masa : [3 jam]

---

Jawab **LIMA** soalan sahaja. Sifir New Cambridge Elementary Statistical Tables disediakan. Mesinkira Non-programmable boleh digunakan. Formula-formula tertentu dilampirkan bersama.

1. (a) Satu sampel rawak ringkas saiz  $n$  telah diambil dari satu populasi saiz  $N$ . Jika  $b_0$  menandakan suatu malar, tunjukkan

$$\bar{y}_{tr} = \bar{y} + b_0 (\bar{X} - \bar{x})$$

adalah penganggar saksama bagi  $\bar{Y}$  dan

$$\text{Var}(\bar{y}_{tr}) = \frac{1-f}{n} (S_y^2 - 2b_0 S_{xy} + b_0^2 S_x^2),$$

di mana

$\bar{X}$  - min populasi bagi  $X$

$\bar{x}$  - min sampel bagi  $X$

$\bar{y}$  - min sampel bagi  $Y$

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{N-1}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{N-1}$$

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(X_i - \bar{X})^2}{N-1}$$

$$f = \frac{n}{N}$$

(45/100)

.../2

- (b) Satu ujian matematik telah diberi kepada 500 orang pelajar sebelum memulakan pengajian mereka di sebuah kolej. Dari kalangan pelajar tersebut, satu sampel rawak ringkas saiz  $n = 15$  telah diambil dan kemajuan mereka dalam kursus kalkulus diamati. Markah akhir yang diperolehi oleh pelajar itu telah direkodkan seperti di bawah:

| Pelajar          | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Markah Ujian (x) | 39 | 43 | 21 | 60 | 52 | 45 | 25 | 70 | 30 | 50 | 48 | 51 | 29 | 69 | 61 |
| Markah Akhir (y) | 65 | 78 | 52 | 82 | 92 | 89 | 73 | 90 | 50 | 70 | 71 | 84 | 58 | 88 | 98 |

Jika  $\bar{X} = 55$  untuk 500 orang pelajar yang mengambil ujian itu,

(i) Kirakan  $\bar{y}_{tr} = \bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})$ , dan ralat piawainya.

(ii) Dirikan selang keyakinan 90% bagi  $\bar{Y}$ .

(55/100)

2. (a) Andaikan kos mengambil satu sampel saiz  $n_i$  dari stratum  $i$  ialah  $b_i \sqrt{n_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ). Jika kos tinjauan diberi oleh

$$c = c_0 + \sum_{i=1}^k b_i \sqrt{n_i},$$

$c_0$  dan  $b_i$  adalah malar yang diketahui, tunjukkan peruntukkan optimum yang meminimumkan  $\text{var}(\bar{y}_{st})$  dengan fungsi kos di atas ialah

$$n_i = \frac{(c - c_0)^2}{\left[ \sum_{i=1}^k (W_i S_i b_i)^{2/3} \right]^2} \cdot \left[ \frac{W_i^2 S_i^2}{b_i} \right]^{2/3}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

di mana

$$W_i = \frac{N_i}{N}$$

$$S_i^2 = \text{varians sebenar bagi stratum } i, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

(55/100)

- (b) Suatu populasi telah dibahagikan kepada dua stratum. Satu sampel rawak ringkas saiz  $n_i$  telah diambil dari setiap stratum. Jika fungsi kos ialah

$$c = c_0 + \sum_{i=1}^2 b_i \sqrt{n_i} ,$$

cari kadaran saiz sampel yang diperuntukkan kepada setiap stratum diberi maklumat berikut:

| Stratum | $b_i$ | $S_i$ | $W_i$ |
|---------|-------|-------|-------|
| 1       | 8     | 4     | 0.4   |
| 2       | 5     | 6     | 0.6   |

(45/100)

3. (a) Dalam penganggaran nisbah, pembolehubah X dan Y diamati pada setiap unit dalam sampel saiz n yang diambil dari populasi saiz N. Jika  $\bar{y}$ ,  $\bar{x}$  dan  $\bar{Y}$ ,  $\bar{X}$  masing-masing menandakan min sampel dan min populasi bagi Y dan X, tunjukkan  $\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$  adalah penganggar tak saksama bagi  $R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$  dan sebutan utama kepincangan penganggar tersebut diberi oleh  $\frac{1-f}{n\bar{X}^2} (R S_x^2 - \rho_{xy} S_x S_y)$ .

Seterusnya, tunjukkan bahawa

$$\text{Var}(\hat{R}) \doteq \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - RX_i)^2}{(N-1)}$$

(55/100)

- (b) Dari satu senarai yang mengandungi 1000 orang pelajar sekolah menengah, satu sampel rawak ringkas saiz  $n = 50$  telah diambil dan maklumat mengenai perbelanjaan sebulan (y) dan amaun wang poket sebulan (x) dalam ringgit telah dikutip. Maklumat itu diringkaskan seperti berikut:

$$\begin{array}{lll} \Sigma y_i = 1585 , & \Sigma x_i = 1982 & \Sigma x_i y_i = 67656 \\ \Sigma y_i^2 = 58146 , & \Sigma x_i^2 = 85756 & \bar{X} = 32 \end{array}$$

- (i) Kirakan satu anggaran bagi  $R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$  dan ralat piawainya.  
 (ii) Dirikan selang keyakinan 95% bagi R.

(45/100)

.../4

4. (a) Satu sampel rawak bersistem saiz  $n$  diambil dari suatu populasi saiz  $N = nk$ . Jika  $\bar{y}_i$  menandakan min sampel rawak bersistem ke- $i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), tunjukkan  $\bar{y}_{sy} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{k} \bar{y}_i$  adalah penganggar saksama bagi min populasi  $\bar{Y}$  dan

$$\text{Var}(\bar{y}_{sy}) = \frac{S_{wst}^2}{n} \left( \frac{N-n}{N} \right) [1 + (n-1) \rho_{wst}]$$

di mana

$$S_{wst}^2 = \frac{1}{n(k-1)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (Y_{ij} - \bar{y}_{.j})^2$$

dan

$$\rho_{wst} = \frac{2}{n(n-1)(k-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j < u} (Y_{ij} - \bar{y}_{.j}) (Y_{iu} - \bar{y}_{.u})$$

(55/100)

- (b) Buku-buku dalam sebuah perpustakaan diletakkan di atas rak buku yang sama saiz. Bilangan rak buku dalam perpustakaan itu ialah 300. Satu sampel rawak ringkas yang terdiri dari 30 rak buku itu telah diambil dan bilangan buku yang terdapat di atas rak itu telah direkodkan seperti di bawah:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 15 | 25 | 16 | 25 | 30 | 28 | 32 | 21 | 15 |
| 20 | 16 | 20 | 15 | 20 | 32 | 20 | 30 | 18 | 14 |
| 24 | 18 | 23 | 18 | 17 | 25 | 18 | 24 | 29 | 24 |

- (a) Anggarkan jumlah buku yang terdapat dalam perpustakaan itu dan kirakan ralat piawainya.
- (b) Dirikan selang keyakinan 95% bagi  $Y_T$ , jumlah buku dalam perpustakaan itu.

(45/100)

5. (a) Suatu populasi telah dibahagikan kepada 5 stratum. Saiz stratum  $N_i$ , min stratum  $\bar{X}_i$ , dan varians stratum  $S_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ , bagi pembolehubah rawak  $X$  telah diringkaskan dalam jadual di bawah:

| Stratum | $N_i$ | $\bar{X}_i$ | $S_i^2$ |
|---------|-------|-------------|---------|
| 1       | 117   | 7.2         | 1.35    |
| 2       | 100   | 6.5         | 2.15    |
| 3       | 70    | 11.2        | 3.18    |
| 4       | 40    | 9.5         | 1.96    |
| 5       | 53    | 5.2         | 1.82    |

- (i) Kirakan min populasi dan varians,  $\bar{X}$  dan  $S^2$ .
- (ii) Untuk sampel rawak berstratum saiz 80, tentukan saiz sampel yang patut diambil dari setiap stratum jika menggunakan peruntukkan Neyman.
- (iii) Apakah saiz sampel yang patut diambil dari setiap stratum menggunakan peruntukkan berkadaran diberi  $n = 60$ .

(40/100)

- (b) Andaikan ada dua stratum saiz  $N_1$  dan  $N_2$  sedemikian rupa supaya  $N_1/N_2$  kecil. Andaikan suatu sampel saiz  $n$  telah ditentukan yang melebihi  $N_1$ . Tunjukkan peruntukkan Neyman tidak sesuai jika  $S_1/S_2$  lebih daripada  $N_2/(n - N_1)$ , dan dalam kes sebegini nilai varians minimum bagi min sampel berstratum saiz  $n$  ialah  $N_2(N - n)S_2^2/N^2(n - N_1)$  sebagai ganti kepada nilai minimum Neyman. Terangkan kenapa ungkapan itu tidak melibatkan  $S_1^2$ .

(60/100)

6. (a) Masalah lepak di kalangan remaja mendapat perhatian masyarakat. Banyak pihak membicarakan persoalan ini dengan harapan dapat mencari penyelesaian berkesan. Satu tinjauan akan dijalankan untuk mengkaji masalah lepak ini. Anda telah ditugaskan membina satu soalselidik. Bincangkan perinsip-perinsip dalam pembinaan soalselidik.

(60/100)

- (b) Temubual peribadi adalah satu dari kaedah pengumpul maklumat. Bincangkan kelebihan dan kelemahan kaedah temubual peribadi.

(40/100)

Lampiran

$$1. \quad \bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$$

$$2. \quad \text{var}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left( \frac{N-n}{N} \right), \quad s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$3. \quad \bar{y}_{st} = \sum_{i=1}^k w_i \bar{y}_i, \quad w_i = N_i / N$$

$$4. \quad \text{var}(\bar{y}_{st}) = \sum \frac{w_i^2 S_i^2}{n_i} (1 - f_i)$$

$$5. \quad S^2 = \frac{1}{N-1} \left\{ \sum (N_i - 1) S_i^2 + \sum N_i (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 \right\}$$

$$6. \quad \bar{y}_{tr} = \bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x}), \quad b = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}$$

$$7. \quad \text{var}(\bar{y}_{tr}) = \frac{1-f}{n(n-2)} \left\{ \Sigma(y_i - \bar{y})^2 - \frac{[\Sigma(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})]^2}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} \right\}$$

$$8. \quad \hat{R} = \bar{y} / \bar{x}$$

$$9. \quad \text{var}(\hat{R}) = \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}x_i)^2}{n-1}$$

$$10. \quad \text{var}(\bar{y}_{sy}) = \frac{1}{k} \sum (\bar{y}_i - \bar{Y})^2$$

$$11. \quad \hat{Y}_R = \frac{y_T}{x_T} X_T$$

$$12. \quad \hat{\bar{Y}}_R = \frac{y_T}{x_T} \cdot \bar{X}$$