

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1994/95

Oktober/November 1994

MAA 101 - Kalkulus

Masa : [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Dapatkan terbitan setiap fungsi berikut:

(i) $f(x) = e^{-x^2} \log_3(3x)$

(ii) $y = (3x)^{\cos x}$

(iii) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{2x+\sqrt{x}}$

(b) Nilaikan setiap had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin(1/x)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x)}{x^2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{1/x}$

(c) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x}, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

Tunjukkan f adalah terbezakan pada 0 dan dapatkan nilai $f'(0)$.

(100/100)

.../2

2. (a) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{2x^2 + 9x - 18}{x + 2} < 0$$

dengan mengungkapkan jawapan dalam bentuk selang.

- (b) Lakarkan graf fungsi selanjar f yang memenuhi syarat berikut:

$$\begin{aligned} f(0) &= 3; & f(2) &= 1; & f(3) &= 0 = f(8); & f(5) &= -2; \\ f'(2) &= 0 = f'(5); & f'(x) &< 0 & \text{pada } (-\infty, 3), (3, 5) & \text{dan } (8, \infty); \\ f'(x) &> 0 & \text{pada } (5, 8); & f'(8) & \text{tak wujud}; \\ f''(x) &> 0 & \text{pada } (-\infty, 2), (3, 8) & \text{dan } (8, \infty); & f''(x) &< 0 & \text{pada } (2, 3). \end{aligned}$$

- (c) Cari fungsi f yang memenuhi syarat

$$\int_{2x}^5 f(t) dt = 8x^3 - 8x - 4x^4 + 5.$$

- (d) Andaikan fungsi f selanjar pada 0 dan $f(a + b) = f(a) + f(b)$ untuk setiap nombor a dan b . Tunjukkan bahawa f adalah selanjar pada setiap nombor. Jika f juga terbezakan pada 0, tunjukkan bahawa $f'(x) = f'(0)$ untuk setiap nombor x .

(100/100)

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut:

(i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2} dx$

(ii) $\int x^2 \tan^{-1} x dx$

(iii) $\int \frac{x}{\sqrt{5 + 4x - x^2}} dx$

(iv) $\int_1^3 |e^x - 3| dx$

(v) $\int \frac{1}{1 - 2 \cos x + \sin x} dx$

(vi) $\int \frac{9x^2 + 2x + 1}{2x(x^2 + 1)} dx$

- (b) Rantau yang dibatasi oleh graf $y = \sqrt{x}$, $y = 6 - x$ dan $y = 0$ dikisarkan terhadap garis $x = -2$. Cari isipadu bungkah yang terhasil.

(100/100)

4. (a) Andaikan $f(x) = 3x + |x|$ dan $g(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}|x|$. Dapatkan fungsi gubahan $f \circ g$. Tunjukkan bahawa f' dan g' tak wujud pada 0, akan tetapi wujud $(f \circ g)'(0)$.

- (b) Dapatkan titik lengkok balas graf fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x^2, & x < 0 \\ x^2 + 3, & x \geq 0 \end{cases}$$

Dapatkan juga selang di mana graf fungsi f cekung ke atas dan cekung ke bawah.

- (c) Andaikan fungsi f adalah selanjar dengan $f(x) \geq 0$. Jika luas rantau yang dibatasi oleh graf fungsi $y = f(x)$, paksi- x , serta garis $x = 1$ dan $x = a$ ialah

$$L = \sqrt{a^2 + 1} - \sqrt{2}$$

untuk setiap $a > 1$, cari fungsi $f(x)$.

(100/100)

- oooOOooo -