

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

DTM 172 - Kalkulus

Masa : [3 jam]

---

Jawab semua soalan.

1. (a) Cari had-had yang berikut, jika wujud:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h^x + h^{-x}}{2x}$

(20/100)

(b) (i) Adakah  $2y^2 = 16 - 4x^2$  suatu fungsi? Terangkan.

(ii) Jika  $y = \sqrt{8 - 2x^2}$ , apakah domain dan julatnya?

(iii) Dapatkan titik maksimum/minimum bagi fungsi (ii) dan lakarkan grafnya.

(40/100)

(c) (i) Berikan takrif bagi  $f'(x)$ .

(ii) Katakan  $f$  ialah suatu fungsi yang bersifat begini:

$$f(x + y) = f(x) + f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

dan

$$f(x) = x g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

.../2

- 2 -

di mana

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1.$$

Tunjukkan bahawa  $f'(x) = 1$ .

(40/100)

2. (a) Cari  $dy/dx$  bagi persamaan-persamaan berikut:

$$(i) \quad y = \frac{(x-1)^2 \sqrt{x+4} e^{2x}}{(x+2)^3(x+1)}$$

$$(ii) \quad y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$(iii) \quad e^x \cos y = x e^y$$

(30/100)

(b)  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ialah suatu polinomial darjah 3. Jika  $f(1) = 5$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $f''(1) = -4$  dan  $f'''(1) = -6$ ,

(i) tentukan nilai-nilai  $a$ ,  $b$ ,  $c$  dan  $d$ .(ii) dapatkan persamaan garis tangen dan garis normal kepada lengkung di atas pada titik  $x = 2$ .

(50/100)

(c) Jika  $y^2 = 1 + \sin x$ , tunjukkan bahawa

$$2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y^2 = 1.$$

(20/100)

3. (a) (i) Dapatkan  $\frac{d}{dx} (\tan x)^2$ .

.../3

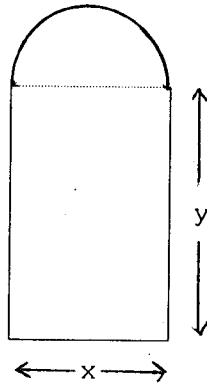
- 3 -

(ii) Dengan menggunakan (i) dan kaedah pembeza, anggarkan

$$\text{nilai } \left[ \tan \left( \frac{\pi}{4} + 0.01 \right) \right]^2.$$

(40/100)

(b) Sebuah pintu berbentuk segiempat tepat dengan separuh bulatan terletak di atasnya. Ukuran pintu adalah seperti di dalam rajah. Ukurkeliling pintu ialah 10 meter.



(i) Tunjukkan bahawa luas pintu ialah

$$A = 5x - \frac{(4 + \pi)}{8} x^2.$$

(ii) Cari nilai  $x$  dan  $y$  supaya luas pintu adalah maksimum.

(60/100)

4. (a) Kamirkan yang berikut:

(i)  $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$

(ii)  $\int \frac{3x^2 - 4}{x(x^2 + 1)} dx$

.../4

(iii)  $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

(30/100)

- (b) Sebiji bola dilontar ke bawah dari atas sebuah bangunan setinggi 20 m. Jika kelajuan permulaan bola tersebut ialah 5 m/saat dan pecutannya (disebabkan tarikan graviti) ialah 10 m/saat<sup>2</sup>,

(i) tunjukkan bahawa kelajuan seketika bola diberikan oleh persamaan  $v(t) = 10t + 5$ .

(ii) Bilakah bola tersebut sampai ke tanah?

(Anggap arah ke bawah sebagai positif.)

(35/100)

- (c) Rantau yang dibatasi oleh lengkung-lengkung  $y = x^2$  dan  $y^2 = 8x$  dikisarkan mengelilingi paksi-x. Cari isipadu bungkah yang terjana.

(35/100)

5. (a) Cari modulus dan argumen nombor kompleks

$$z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 + i\sqrt{3}}$$

Nilaikan  $\left( \frac{\sqrt{3} + 1}{1 + i\sqrt{3}} \right)^9$ .

(40/100)

- (b) Jika  $z = x + iy$  dan  $|z - 1 + i| = 2$ , tunjukkan bahawa

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0.$$

(30/100)

.../5

- 5 -

(c) Tunjukkan bahawa bagi sebarang nombor kompleks  $z$  dan  $w$ ,

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2 .$$

(30/100)

- ooo0ooo -