

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1990/91

Mac/April 1991

DTM172 - Kalkulus

Masa : [3 jam]

Kertas ini mengandungi 5 soalan.

Jawab SEMUA soalan.

Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Bezakan yang berikut terhadap x dan tuliskan jawapan anda seringkis yang mungkin.

(i) $y = \sin kx \cdot \sin^k x$, k pemalar

(ii) $e^{x+y} = e^x + e^y$

(iii) $y = \ln \left[\frac{(x+5)\sqrt{2x-1}}{\sqrt[3]{x^2+4}} \right]$

- (b) (i) Diberi $y = \frac{u}{u+1}$ dan $u = \frac{x}{x+1}$, dapatkan $\frac{dy}{dx}$ dalam sebutan x .

- (ii) Jika $y = \sqrt{1 + \sin x}$, buktikan bahawa

$$2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left[\frac{dy}{dx} \right]^2 + y^2 = 1.$$

- (c) Diberi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ialah suatu polinomial berdarjah tiga. $f(x)$ mempunyai sifat-sifat berikut pada $x = 2$: $f(2) = 3$, $f'(2) = 7$, $f''(2) = -8$, $f'''(2) = 6$. Cari nilai-nilai a , b , c dan d dan seterusnya tuliskan polinomial itu.

(100/100)

2. (a) Suatu lengkung $y = (x-2)^2 - \lambda(x+1)(x+2)$ mempunyai satu titik pegun bila $x = \frac{1}{4}$. Cari nilai λ dan lakarkan lengkung itu untuk nilai λ ini.
- (b) Sebuah blok segiempat tepat adalah berkeadaan sisi tapaknya berukuran x sm. dan $3x$ sm. Jumlah panjang semua tepinya ialah 20 sm.
- (i) Tunjukkan bahawa isipadu blok itu ialah
- $$V = 15x^2 - 12x^3.$$
- (ii) Cari nilai x supaya nilai v maksima.
- (c) Diberi bahawa $\ln y = 2x - \ln x$, cari $\frac{dy}{dx}$ dalam sebutan x dan y . Gunakan rumus $\Delta y \approx \frac{dy}{dx} \cdot \Delta x$ untuk mencari suatu ungkapan bagi nilai y apabila $x = 1+h$ di mana h adalah satu nilai yang kecil.

(100/100)

3. (a) Dapatkan hasil kamiran yang berikut dengan menggunakan kaedah-kaedah kamiran yang sesuai.

(i)
$$\int x^2 \cos x \, dx$$

(ii)
$$\int_1^5 x\sqrt{2x-1} \, dx$$

(iii)
$$\int_0^{3/5} \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}} \, dx .$$

(b) Diberi bahawa $\int_0^2 f(x)dx = \int_2^3 f(x)dx = 5$.

Carikan

(i)
$$\int_0^3 f(x)dx$$

$$(ii) \int_0^2 f(x)dx + \int_3^2 f(x)dx .$$

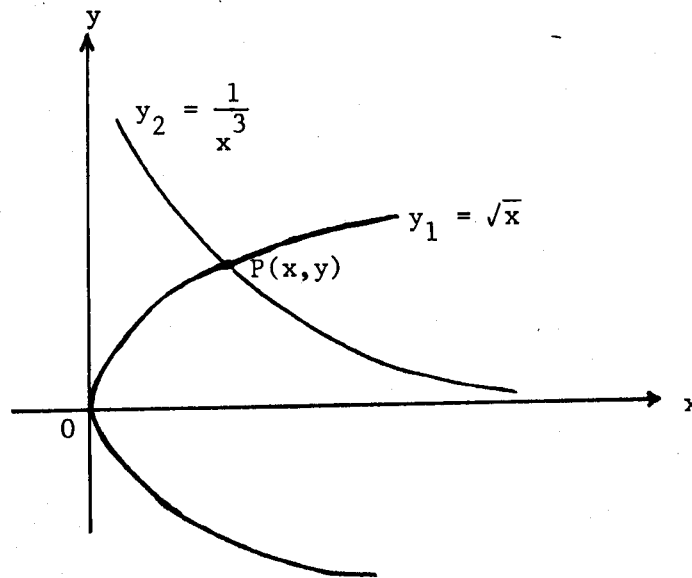
Diberikan juga bahawa $f(-x) = f(x)$, cari nilai bagi

$$\int_{-2}^0 f(x)dx .$$

- (c) Kadar pertumbuhan sejenis pokok diberikan oleh $\frac{dx}{dt} = kx(a-x)$ di mana a dan k adalah pemalar-pemalar. Dengan menggunakan kamiran nyatakan x sebagai fungsi dalam pembolehubah t .

(100/100)

4. (a) Lakaran lengkung $x^3y = 1$ dan $y = \sqrt{x}$ adalah seperti di dalam gambarajah di bawah. Cari titik $P(x,y)$. Seterusnya cari luas kawasan yang dibatasi oleh garis $x = 2$, paksi-x dan lengkung-lengkung di atas.



- (b) Sebiji mangkuk yang berbentuk hemisfera dan berjejari a ditetapkan dengan bibirnya mengufuk, mengandungi cecair sedalam h unit. Dengan menggunakan kaedah kamiran, cari nilai isipadu cecair itu.
[Petunjuk: Gunakan persamaan bulatan yang berpusat di $P(0, a)$]

(c) Diberi bahawa $y = f(x)$ tidak selalu bersamaan dengan sifar,

Jelaskan erti geometri bagi $\int_0^4 f(x)dx = 0$.

(100/100)

5. (a) (i) Nyatakan $\frac{(2-i)^2(3+i)}{(1-2i)^2}$ dalam bentuk $x + iy$.
- (ii) Jika $z = 4 + 3i$, nyatakan dalam bentuk $a + ib$ nombor kompleks $(z-1)(z-5i)(z+2i)$.
- (iii) Diberi bahawa $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ dan $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$, buktikan bahawa $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ dan terbitkan satu hubungan di antara hujah bagi $z_1 z_2$, z_1 dan z_2 .
- (b) Buktikan bahawa jika $x + iy$ adalah satu punca bagi $z^3 + az^2 + bz + c = 0$, di mana a, b, c adalah nombor-nombor nyata, maka $x - iy$ adalah juga satu punca bagi persamaan tersebut. Sahkan bahawa $-1 + 3i$ adalah satu punca bagi persamaan $z^3 - z^2 + 4z - 30 = 0$ dan selesaikan persamaan dengan selengkapnya.
- (c) Jika $z = x + iy$ dan $|z-1+i| = 2$, tunjukkan bahawa $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$.

(100/100)

- oo0oo -