

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang Akademik 1992/93

April 1993

DTM172 - Kalkulus

[Masa : 3 jam]

Jawab semua **LIMA** soalan.

1. (a) (i) Selesaikan persamaan berikut:

$$\left| \frac{2x - 1}{x + 1} \right| = 3$$

- (ii) Jika $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$, apakah domain dan julatnya?

(30/100)

- (b) Dapatkan had-had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 + x)^2 - 9}{x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 3}{x + 3}$

(30/100)

- (c) Katakan f dan g adalah dua fungsi yang terbezakan dan $f(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $g(2) = 2$ dan $g'(2) = -3$.
Nilaikan

$$(fg)'(2), \left(\frac{f}{g}\right)'(2) \text{ dan } f[g(2)]'$$

(40/100)

2. (a) Bezakan yang berikut:

(i) $f(x) = (1 + x)^x$

(ii) $g(x) = \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right|$

(iii) $h(x) = \sqrt{\frac{2 + x^2}{3 + x^3}}$

(30/100)

(b) Jika $y^2 = 1 + \cos x$, tunjukkan bahawa

$$2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y^2 = 1$$

(30/100)

(c) (i) Dapatkan $\frac{d}{dx} (\sin x)^2$

(ii) Dengan menggunakan hasil (i) dan kaedah pembeza, anggarkan nilai

$$\left[\sin \left(\frac{\pi}{4} + 0.01 \right) \right]^2$$

(40/100)

3. (a) Katakan fungsi f ditakrif oleh

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

Dapatkan

- (i) semua titik-titik genting f
- (ii) selang di mana f menokok atau menyusut
- (iii) selang di mana f cekung ke atas atau ke bawah
- (iv) titik-titik maksimum, minimum dan lengkung balas, jika wujud
- (v) lakarkan graf f .

(40/100)

- (b) Dapatkan persamaan garis tangen kepada lengkung

$$y^3 + 3xy = x^2 + 1$$

pada titik (0, 1).

(30/100)

- (c) Carikan titik-titik pada hiperbola $y^2 - x^2 = 4$ yang paling dekat dengan titik (2, 0).

(30/100)

4. (a) Kamirkan yang berikut:

(i) $\int x^2 \ln x \, dx$

(ii) $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \, dx$

(iii) $\int \cos(\sqrt{x}) \, dx$

(30/100)

- (b) Kawasan yang dibatasi oleh parabola $y = x^2 + 1$ dan garislurus $y = x + 3$ diputarkan mengelilingi paksi-x. Dapatkan isipadu bungkah yang terjana.

(35/100)

- (c) Sebiji bola dilambung ke atas dengan kelajuan 20 m/s dari tebing atas sebuah bangunan setinggi 350 m.

- (i) Dapatkan ketinggian bola dari tanah, t saat kemudian.
(ii) Bilakah bola mencapai ketinggian maksimum?
(iii) Bilakah bola sampai ke tanah?

(Anggap pecutan disebabkan tarikan graviti ialah -9.8 m/s^2).

(35/100)

5. (a) (i) Tuliskan nombor kompleks

$$\frac{5}{(1 - i)(2 - i)(3 - i)}$$

di dalam bentuk $a + ib$, di mana $a, b \in \mathbb{R}$.

(DTM172)

(ii) Tuliskan nombor $\sqrt{3} - i$ di dalam bentuk koordinat kutub.

(40/100)

(b) Tunjukkan bahawa bagi sebarang nombor kompleks z ,

$$|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 2(|z|^2 + 1)$$

(30/100)

(c) Gunakan bentuk koordinat kutub untuk menunjukkan bahawa

$$(-1 + i)^7 = -8(1 + i).$$

(30/100)

- oo0oo -