

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1994/95

Oktober/November 1994

ZMC 211/3 - Kaedah Matematik II

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tunjukkan bahawa vektor \underline{A} tegaklurus dengan vektor \underline{B} jika dan hanya jika $\underline{A} \cdot \underline{B} = 0$.

(10/100)

- (b) Tunjukkan bahawa luas S bagi suatu segiempat selari yang mempunyai sisi sebagai vektor \underline{A} dan \underline{B} diberi oleh

$$S = |\underline{A} \times \underline{B}|$$

(10/100)

- (c) Katakan vektor-vektor \underline{u}_1 , \underline{u}_2 dan \underline{u}_3 membentuk suatu asas berortonormal. Tunjukkan set vektor ini adalah tak bersandar secara linear.

(20/100)

- (d) Tunjukkan bahawa isipadu suatu paralelepiped yang mempunyai sisi \underline{A} , \underline{B} dan \underline{C} diberi oleh

$$v = |\underline{A} \cdot \underline{B} \times \underline{C}|$$

di sini v ialah isipadu paralelepiped tersebut.

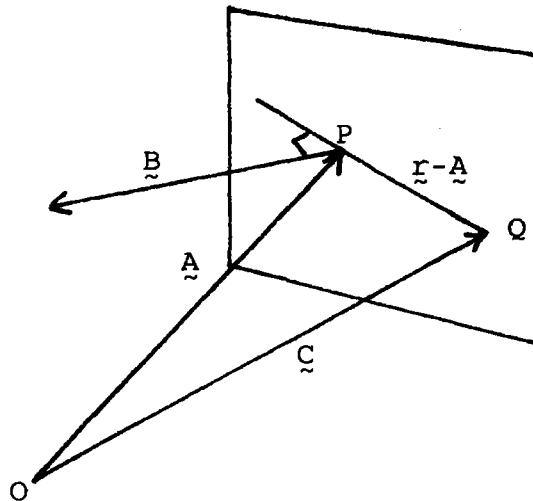
(15/100)

- (e) Tunjukkan bahawa tiga vektor $\underline{A} = [2, 0, 1]$, $\underline{B} = [0, 3, 4]$ dan $\underline{C} = [8, -3, 0]$ adalah sesatah. Kemudian ungkapkan \underline{C} sebagai gabungan linear vektor \underline{A} dan \underline{B} .

(25/100)

- (f) Persamaan vektor bagi suatu satah yang tegaklurus dengan vektor \underline{B} (bukan sifar) dan yang menurusi suatu titik yang kedudukan vektornya ialah \underline{A} (lihat rajah) diberi oleh

$$(\underline{r} - \underline{A}) \cdot \underline{B} = 0$$



- (i) Gunakan sifat-sifat geometri untuk mengesahkan persamaan vektor ini.

(5/100)

- (ii) Tunjukkan bahawa persamaan suatu satah dapat diungkapkan sebagai

$$ax + by + cz + k = 0$$

(15/100)

2. (a) Jika $\underline{A}(t)$ ialah suatu fungsi vektor yang terbezakan dan $\phi(t)$ adalah suatu fungsi skalar terbezakan tunjukkan bahawa

$$\frac{d}{dt} [\phi(t) \underline{A}(t)] = \phi(t) \underline{A}'(t) + \phi'(t) \underline{A}(t)$$

di sini tanda menunjukkan pembezaan terhadap pembolehubah t .

(10/100)

(b) Kalau $\underline{A} = 5t^2\underline{i} + t\underline{j} - t^3\underline{k}$ dan $\underline{B} = \sin t \underline{i} - \cos t \underline{j}$, cari

(i) $\frac{d}{dt} (\underline{A} \cdot \underline{B})$

(ii) $\frac{d}{dt} (\underline{A} \times \underline{B})$

(iii) $\frac{d}{dt} (\underline{A} \cdot \underline{A})$

(15/100)

(c) Apabila suatu lengkung c diwakili dengan suatu fungsi vektor $\underline{g}(s)$ dengan panjang lengkok s sebagai parameter, tunjukkan bahawa

$$\frac{d\underline{g}(s)}{ds} = \underline{g}'(s) = \underline{T}$$

di sini \underline{T} ialah vektor tangen berunit dengan lengkung c pada sebarang titik.

(10/100)

(d) Suatu lengkung diwakili oleh fungsi vektor

$$\underline{f}(t) = a \cos t \underline{i} + a \sin t \underline{j} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Wakilkan lengkung c dengan suatu fungsi vektor yang mempunyai panjang lengkok s sebagai parameter.

(10/100)

(e) Cari vektor tangen berunit dengan lengkung c yang diwakili oleh fungsi vektor

$$\underline{f}(t) = (a \cos t)\underline{i} + (a \sin t)\underline{j} \quad \pi \leq t \leq 2\pi$$

pada $t = \pi/2$.

(10/100)

(f) Cari panjang lengkok di antara titik $(1,0,0)$ dan $(0,1,\pi/2)$ atas lengkung yang diwakili oleh

$$\underline{r}(t) = \cos t \underline{i} + \sin t \underline{j} + t\underline{k}$$

(15/100)

- (g) Cari vektor tangen berunit \underline{T} , kelengkungan lengkung k , vektor normal prinsipal berunit \underline{N} , vektor binormal berunit \underline{B} dan kilasan τ bagi suatu bulatan berjejari a yang diwakili oleh

$$\underline{r}(s) = a \cos\left(\frac{s}{a}\right)\underline{i} + a \sin\left(\frac{s}{a}\right)\underline{j}$$

Terangkan keputusan anda.

(30/100)

3. (a) Dengan menggunakan takrif kamiran bagi kecapahan \underline{f} , iaitu

$$\nabla \cdot \underline{f} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \oiint_S \underline{f} \cdot d\underline{S}$$

terbitkan formula untuk $\nabla \cdot \underline{f}$, iaitu

$$\nabla \cdot \underline{f} = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z}$$

di sini $\underline{f} = f_1\underline{i} + f_2\underline{j} + f_3\underline{k}$.

(40/100)

- (b) Nilaikan

$$\iiint_V (\nabla \cdot \underline{F}) dv$$

di sini v ialah rantau tertutup yang dibatasi oleh satah-satah

$$x = 0, y = 0, z = 0 \text{ dan } 2x + 2y + z = 4$$

dan $\underline{F} = (2x^2 - 3z)\underline{i} - 2xy\underline{j} - 4x\underline{k}$.

(30/100)

- (c) Bagi suatu vektor sebarang \underline{a} , tunjukkan bahawa

$$\nabla(\underline{a} \cdot \underline{r}) = \underline{a}$$

di sini \underline{r} ialah vektor kedudukan.

(10/100)

- (d) Jika \underline{r} ialah vektor kedudukan, dapatkan nilai $\nabla(1/r)$.

(20/100)

4. Di dalam sistem melengkung linear berortogon u, v, w . Vektor asas ialah $\underline{e}_u, \underline{e}_v, \underline{e}_w$ dan faktor skala ialah h_u, h_v, h_w .

(a) Jika $\underline{r} = \underline{r}(u, v, w)$ vektor kedudukan di dalam sistem ini tentukan $d\underline{r}, ds^2$ dan dv dengan sebutan vektor unit dan fakta skala di atas. ds^2 ialah kuasadua unsur garis dan dv ialah unsur isipadu.

(30/100)

- (b) Di dalam sistem koordinat silinderan $u = \rho, v = \phi, w = z$. Dapatkan faktor skala h_ρ, h_ϕ, h_z dan vektor unit asas $\underline{e}_\rho, \underline{e}_\phi, \underline{e}_z$ untuk sistem ini yang diberi oleh transformasi

$$x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi, z = z$$

di sini x, y, z ialah di dalam koordinat segiempat tepat.

(35/100)

- (c) Buktikan bahawa sistem koordinat silinderan itu berortogon.

(15/100)

- (d) Jika di dalam koordinat silinderan vektor

$$\underline{f} = f_\rho \underline{e}_\rho + f_\phi \underline{e}_\phi + f_z \underline{e}_z,$$

dapatkan $\nabla \times \underline{f}$.

(20/100)