

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1994/95

Oktober/November 1994

ZCC 308/2 - Ilmu Fizik Moden II

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Jelaskan dengan terperinci konsep bingkisan gelombang. Tunjukkan sekiranya terdapat dua gelombang kosinus θ dengan $\theta = (\omega t - \underline{k} \cdot \underline{x})$ dan $\theta = [(\omega + d\omega)t - (k + dk) \cdot x]$ yang disuperposisikan maka akan wujud gelombang paduan ψ_R yang menyetempat. Seterusnya dengan mengingat halaju kumpulan bagi zarah bukan-kerelatifan tunjukkan bahawa dapat diandaikan halaju:

$$\left(\frac{dE}{dp}\right)_{\text{bingkisan gelombang}} = \left(\frac{dE}{dp}\right)_{\text{zarrah}}$$

dengan $E =$ tenaga dan $p =$ momentum.

(60/100)

- (b) Tunjukkan sama ada fungsi-fungsi gelombang berikut adalah gelombang de Broglie. Jelaskan:

(i) $u(y) = c \sin^{-1} ky$

(ii) $u(y) = D \tan ky$ bagi $y > 0$

(iii) $u(y) = E y^{-1} e^{-ky}$ bagi $-L < y < L$

dengan C, D dan E adalah malar.

(40/100)

2. (a) Perjelaskan apa yang dimaksud dengan hukum keabadian kebarangkalian. Seterusnya tunjukkan bahawa dengan menggunakan persamaan Schrödinger bersandar pada waktu maka dapat diwujudkan ketumpatan arus kebarangkalian J .

Andaikan suatu fungsi gelombang yang memperihalkan suatu zarah bebas sebagai

$$u(x,t) = B \text{ eksp}[-i/\hbar(Et - p \cdot x)]$$

Tunjukkan bahawa ketumpatan arus kebarangkalian adalah sama dengan hasil darab ketumpatan kebarangkalian dengan halaju zarah.

(60/100)

(b) Tunjukkan bahawa

$$(i) \left[-(x \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y}), \frac{\partial}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial y}$$

(ii) nilai jangkaan $\langle rp \rangle$ dan $\langle pr \rangle$ dihubungkan oleh

$$\langle pr \rangle - \langle rp \rangle = -i\hbar$$

dengan $p = \text{momentum}$.

(40/100)

3. (a) Jelaskan apa yang dimaksud dengan operator berkomut dan operator tak berkomut.

Katakan \hat{x} dan \hat{p}_x merupakan operator kedudukan dan momentum suatu zarah. Sekiranya sisihan Δx diungkapkan sebagai $\Delta x = x - \langle x \rangle$ dan nilai jangkaan kuasa dua sisihan di atas tidak lain adalah

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$$

seterusnya dengan menggunakan ketaksamaan Cauchy-Schwarz

$$\int |f|^2 d\tau \cdot \int |g|^2 d\tau \geq \left| \int f^* g d\tau \right|^2$$

terbitkan perhubungan prinsip ketakpastian Heisenberg.

(50/100)

(b) (i) Bukitkan

$$(\hat{F} \hat{C})^\dagger = \hat{F}^\dagger \hat{C}^\dagger$$

dengan \hat{F} merupakan nombor kompleks.

- (ii) Buktikan bahawa bagi suatu sistem yang tenaganya dapat diukur maka operator

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + V(y)$$

adalah Hermitian.

(50/100)

4. (a) (i) Timbangkan suatu sistem pengayun linear yang berkeupayaan $V = \frac{1}{2}kx^2$.

Seterusnya dengan menuliskan persamaan Schrödingernya dan memilih fungsi gelombang yang sesuai dapatkan tenaga dasar pengayun harmonik satu dimensi. Jelaskan kemampuan gelombang kuantum dalam memperjelaskan konsep klasik pengayun harmonik.

- (ii) Terangkan apa yang anda faham tentang kesan penerowongan.

(60/100)

- (b) Jika $u(y) = B e^{-by^2}$ adalah fungsi gelombang jirim bagi sesuatu zarah dan tenaga zarah yang bersepadan itu ialah $E = E_0$, tentukan fungsi keupayaan $v(y)$.

(40/100)