
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Supplementary Examinations
[Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang]

Academic Session 2007/2008
[Sidang Akademik 2007/08]

June 2008
[Jun 2008]

CPT112/CPT102 – Discrete Structures
[Struktur Diskret]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions in **ELEVEN** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **SEBELAS** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- This is an "Open Book" Examination.

[Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.]

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia.]

1. (a) A survey was conducted to identify preferred "car" brand. A sample of 8 people from the survey reveals the following information:

Car Brand	Gender
Proton™	Female
Perodua™	Female
Perodua™	Male
Produa™	Male
Naza™	Female
Proton™	Male
Naza™	Male
Proton™	Male

If the "car" brand and gender are represented as the set A and set B respectively, determine the following:

- (i) $|A|$, $|B|$, $|P(A)|$, $|P(B)|$ and $|P(A \times B)|$. (5/100)
- (ii) List **five** (5) elements of $(A \times B)$. (10/100)
- (iii) Determine the number of elements of length 3 from set $(A \cup B)^*$. (10/100)
- (iv) If $(\{Proton^{\text{TM}}, \{Perodua^{\text{TM}}, Female\}\} \in A \times (A \times B))$, then find X where $(\{Perodua^{\text{TM}}, Female\} \subseteq X)$. (10/100)
- (b) A poll was taken of 1000 students at an elementary school of how they got to school each day. 425 said they came by car, 285 came by bike, and 315 walked. 95 said they sometimes biked or walked, 105 said they sometimes biked or came by car, and 65 said they sometimes walked or came by car. 45 said they sometimes walked, biked or came by car. The students who did not walk, bike or come by car, rode the bus every day.
- (i) Draw the Venn diagram best representing the scenario above. (15/100)
- (ii) How many students only rode the bus? (5/100)

- (c) Answer the following questions:
- (i) Two drugs are to be tested on 605 lab mice. Each mouse receives either one drug or acts as a control. Drug *A* is to be tested on 225 of the mice. Drug *B* is to be tested on another 225 of the mice. The remaining mice are to act as a control group. How many different ways can the tests be performed?
(10/100)
- (ii) A factory makes automobile parts. Each part has a code consisting a letter (A-Z) followed by three digits (0-9), such as *C117*, *K076*, or *Z920*. If the factory makes 60,000 parts, prove that at least **three (3)** of them must have the same serial number.
(10/100)
- (iii) Find $\gcd(20!, 12!)$, $(50! \bmod 50)$, and $P(P(\{\emptyset\}))$, where P denotes the power set of a set.
(15/100)
- (iv) Which of the following functions grows faster, $(n^{1,000,000} + n \cdot \log_2 n)$ or $(1.001^n - n \cdot \log_2 n)$? Justify your answer.
(10/100)
2. (a) Use mathematical induction to show that: $1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n! = (n+1)! - 1$ for $n \in \mathbb{Z}^+$.
(20/100)
- (b) For the following questions, write the pseudocode for Least Common Multiple (LCM):
- (i) Write a recursive pseudocode that will calculate the LCM, $LCM(a,b)$, for two given positive integers a and b .
(20/100)
- (ii) Rewrite the above recursive pseudocode using loop.
(20/100)

- (c) Malaysian Airline System (MAS) has announced a new "zero fare" route between five major cities in Malaysia; Kota Baru (*KB*), Pulau Pinang (*PP*), Kuala Lumpur (*KL*), Johor Bahru (*JB*) and Kota Kinabalu (*KK*): $KL \rightarrow KB$, $KL \rightarrow PP$, $JB \rightarrow KL$, $KK \rightarrow KL$, $JB \rightarrow PP$, and $KK \rightarrow PP$.

- (i) Using the above information, complete the matrix for M_R , where xRy is the relation showing city x has a flight to city y , $x,y \in \{KB,PP,KL,JB,KK\}$.

$$M_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} KB & PP & KL & JB & KK \end{matrix} \\ \begin{matrix} KB \\ PP \\ KL \\ JB \\ KK \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(5/100)

- (ii) Find $(M_R)^2$.

(5/100)

- (iii) Write a pseudocode, $Product(M)$, which takes a matrix representation of a relation, M , and produce the matrix $(M_R)^2$.

(30/100)

3. (a) Given a relation R on $\{1,2,3,4,6,12\}$ where aRb means $a \mid b$.

- (i) Draw a digraph representation of relation R .

(10/100)

- (ii) Compute the matrix M_R which represents relation R .

(10/100)

- (iii) Determine whether R is an equivalence relation.

(10/100)

- (iv) Determine equivalence class of $[3]_R$.

(10/100)

- (b) Suppose that a computer has only these memory locations, $0,1,2,\dots,29$. Use the hashing function h where $h(x) = (x + 5) \bmod 30$ to determine the memory locations in which 100, 132, and 97 are stored.

(15/100)

(c) Find the "best" big-oh notation to describe the complexity of the following algorithms. Show your work.

(i) An algorithm that prints all bit strings of length n .

(10/100)

(ii) The number of print statements in the following:

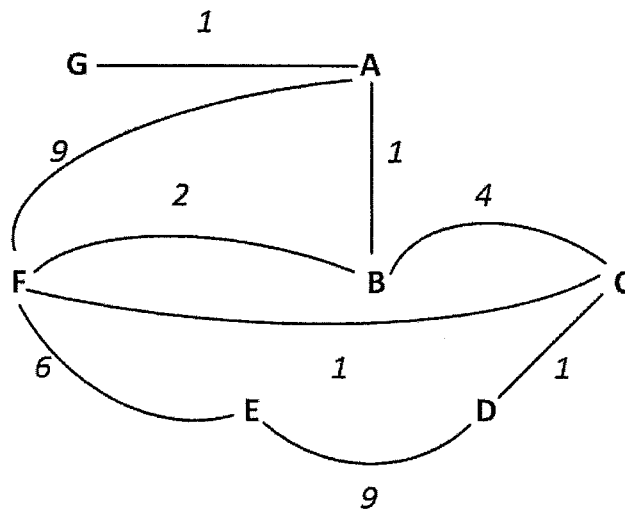
```

while  $n > 1$ 
begin
  print "hello";
   $n := \lfloor n/2 \rfloor$ 
end.

```

(15/100)

(d) Use Dijkstra's Algorithm to find the shortest path length between the vertices A and E in this weighted graph. Show your work.



(20/100)

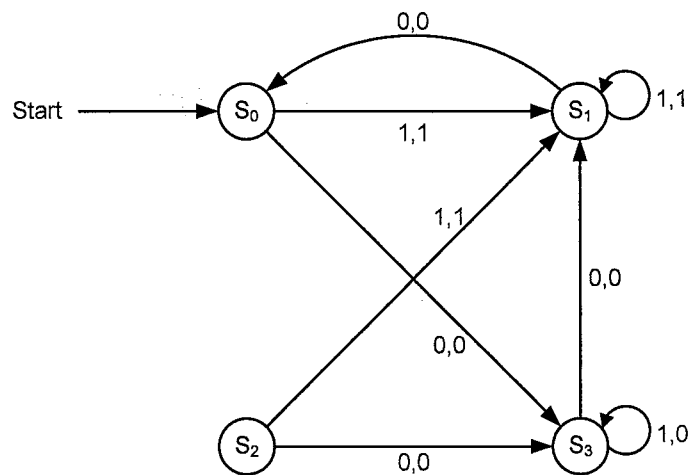
4. (a) In a variant of a mesh network for interconnecting $n = m^2$ processors, processor $P(i,j)$ is connected to the four processors $P((i \pm 1) \bmod m, j)$ and $P(i, (j \pm 1) \bmod m)$, so that connections wrap around the edges of the mesh. Draw this variant of the mesh network for 16 processors.

(30/100)

- (b) Draw a parsing tree for $(a - (3 + 2b))/(c^2 + d)$.

(30/100)

- (c) Given the finite state machine:



- (i) Determine the transition table associated with the given state machine above.

(10/100)

- (ii) Write the simplest phrase structure grammar, $G=(V,T,S,P)$, for the machine in 4(c)(i).

(10/100)

- (iii) Rewrite the grammar you found in 4(c)(ii) in BNF notation.

(10/100)

- (iv) Determine the output for input string 1111, of the finite state machine in 4(c)(i).

(10/100)

KERTAS SOALAN DALAM VERSI BAHASA MALAYSIA

[CPT112/CPT102]

- 7 -

1. (a) Satu bancian telah dilakukan untuk mengenal pasti jenama kereta yang disukai ramai. Satu contoh hasil bancian 8 orang mendedahkan maklumat berikut:

Jenama Kereta	Jantina
Proton™	Wanita
Produa™	Wanita
Perodua™	Lelaki
Perodua™	Lelaki
Naza™	Wanita
Proton™	Lelaki
Naza™	Lelaki
Proton™	Lelaki

Jika jenama kereta dan jantina, masing-masing diwakili oleh set A dan set B , selesaikan permasalahan berikut:

- (i) $|A|$, $|B|$, $|P(A)|$, $|P(B)|$ dan $|P(A \times B)|$.
(5/100)
- (ii) Senaraikan lima (5) unsur dari $(A \times B)$.
(10/100)
- (iii) Dapatkan bilangan unsur bersais-panjang 3 dari set $(A \cup B)^*$.
(10/100)
- (iv) Jika $(\{Proton^{\text{TM}}, \{Perodua^{\text{TM}}, Wanita\}\} \in A \times (A \times B))$, maka cari X di mana $(\{Perodua^{\text{TM}}, Wanita\} \subseteq X)$.
(10/100)
- (b) Satu pungutan undi telah diambil daripada 1000 pelajar dari sebuah sekolah rendah untuk mengetahui cara mereka datang ke sekolah setiap hari. 425 pelajar mengatakan mereka datang ke sekolah dengan menaiki kereta, 285 pelajar berbasikal, dan 315 pelajar berjalan kaki. 95 pelajar mengatakan mereka kadang-kadang berbasikal atau berjalan kaki, 105 pelajar mengatakan mereka kadang-kadang berbasikal atau menaiki kereta, dan 65 pelajar mengatakan mereka kadang-kadang berjalan kaki atau menaiki kereta. 45 pelajar mengatakan mereka kadang-kadang berjalan kaki atau berbasikal atau menaiki kereta. Pelajar yang tidak berjalan kaki, berbasikal atau menaiki kereta, mengambil bas untuk ke sekolah setiap hari.

- (i) Lukis gambar rajah Venn terbaik untuk menggambarkan senario di atas.
(15/100)
- (ii) Berapa bilangan pelajar yang mengambil bas ke sekolah?
(5/100)
- (c) Jawab soalan-soalan berikut:
- (i) Dua jenis dadah akan diuji ke atas 605 tikus makmal. Setiap tikus menerima hanya satu jenis dadah atau menjadi kawalan uji kaji. Dadah *A* akan diuji ke atas 225 tikus. Dadah *B* akan diuji ke atas 225 tikus. Tikus yang selebihnya akan menjadi kumpulan kawalan kepada uji kaji. Ada berapakah cara yang berbeza uji kaji tersebut dapat dilakukan?
(10/100)
- (ii) Sebuah kilang mengeluarkan bahagian-bahagian kereta. Setiap bahagian mempunyai kod bersiri yang bermula dengan huruf (A-Z) dan diikuti dengan tiga digit (0-9), seperti *C117*, *K076*, atau *Z920*. Jika kilang tersebut mengeluarkan 60,000 bahagian, buktikan bahawa sekurang-kurangnya **tiga (3)** daripada bahagian kereta mempunyai nombor siri yang sama.
(10/100)
- (iii) Cari $\gcd(20!, 12!)$, $(50! \bmod 50)$, dan $P(P(\{\emptyset\}))$, di mana P menandakan set kuasa untuk sesuatu set.
(15/100)
- (iv) Fungsi yang manakah membesar dengan lebih pantas, $(n^{1,000,000} + n \cdot \log_2 n)$ atau $(1.001^n - n \cdot \log_2 n)$? Beri justifikasi kepada jawapan anda.
(10/100)
2. (a) Gunakan induksi matematik untuk menunjukkan bahawa: $1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n! = (n+1)! - 1$ untuk $n \in \mathbb{Z}^+$.
(20/100)
- (b) Untuk soalan berikut, tulis satu pseudokod untuk Pendarab Sepunya Terkecil (Least Common Multiple):
- (i) Tulis pseudokod rekursi yang akan mengira Pendarab Sepunya Terkecil, $LCM(a, b)$, untuk dua nombor positif a dan b yang diberi.
(20/100)
- (ii) Tulis semula pseudokod rekursi di atas dengan menggunakan gelung.
(20/100)

(c) Malaysian Airline System (MAS) telah mengumumkan tambang baru "zero fare" untuk laluan lima bandar utama di Malaysia; Kota Baru (*KB*), Pulau Pinang (*PP*), Kuala Lumpur (*KL*), Johor Bahru (*JB*) dan Kota Kinabalu (*KK*): $KL \rightarrow KB$, $KL \rightarrow PP$, $JB \rightarrow KL$, $KK \rightarrow KL$, $JB \rightarrow PP$, dan $KK \rightarrow PP$.

(i) Dengan menggunakan maklumat di atas, lengkapkan matrix M_R , di mana xRy menunjukkan hubungan wujud penerbangan dari bandar x ke bandar y , $x, y \in \{KB, PP, KL, JB, KK\}$.

$$M_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} KB & PP & KL & JB & KK \end{matrix} \\ \begin{matrix} KB \\ PP \\ KL \\ JB \\ KK \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(5/100)

(ii) Cari $(M_R)^2$.

(5/100)

(iii) Tulis pseudokod, $Product(M)$, yang mengambil matrix perwakilan hubungan, M , dan menghasilkan matrix $(M_R)^2$.

(30/100)

3. (a) Diberi satu hubungan R ke atas $\{1,2,3,4,6,12\}$ dengan aRb bermaksud $a | b$.

(i) Lukis satu digraf bagi hubungan R .

(10/100)

(ii) Kira matriks M_R yang mewakili hubungan R .

(10/100)

(iii) Tentukan sama ada R satu hubungan setara.

(10/100)

(iv) Tentukan satu kelas setara bagi $[3]_R$.

(10/100)

(b) Andaikan bahawa sesebuah komputer hanya mempunyai lokasi memori $0,1,2,\dots,29$. Gunakan fungsi pencincangan h dengan $h(x) = (x + 5) \bmod 30$ untuk menentukan lokasi-lokasi memori penyimpanan data 100, 132, dan 97.

(15/100)

(c) Cari notasi *big-oh* "terbaik" untuk menjelaskan kompleksiti algoritma-algoritma berikut. Tunjukkan jalan kerja anda.

(i) Satu algoritma mencetak semua rentetan bit dengan panjang n .

(10/100)

(ii) Bilangan pencetakan di dalam algoritma berikut:

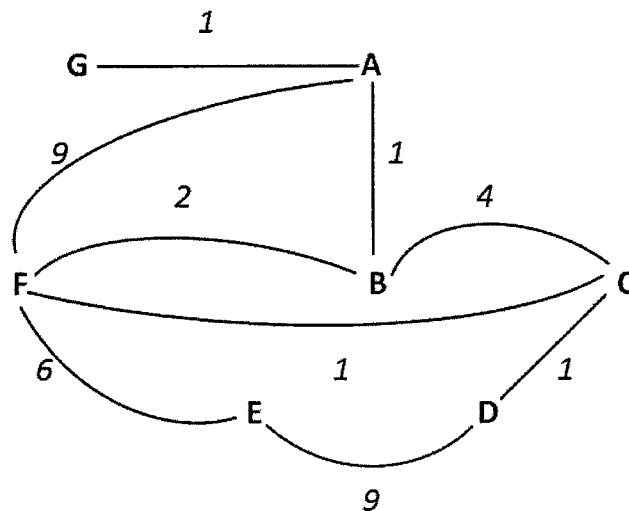
```

while  $n > 1$ 
  begin
    print "hello";
     $n := \lfloor n/2 \rfloor$ 
  end.

```

(15/100)

(d) Gunakan algoritma Dijkstra untuk mencari panjang laluan terpendek di antara bucu A dan bucu E di dalam graf berpemberat berikut. Tunjukkan jalan kerja anda.

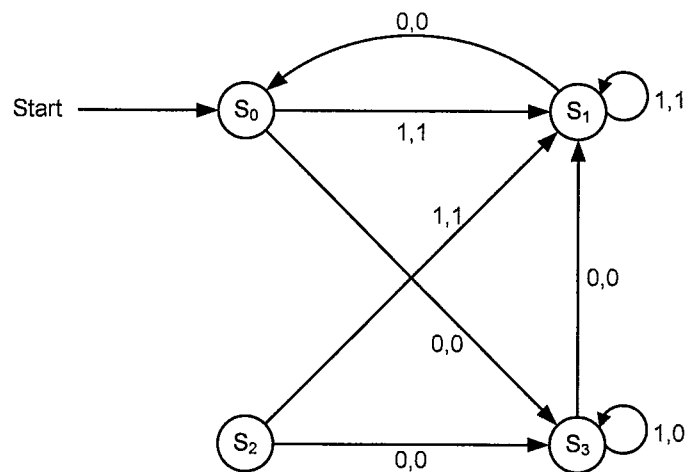


(20/100)

4. (a) Di dalam satu varian rangkaian *mesh* bagi hubungan $n = m^2$ pemproses, satu pemproses $P(i,j)$ dihubungkan kepada empat (4) pemproses $P((i \pm 1) \bmod m, j)$ dan $P(i, (j \pm 1) \bmod m)$, demikian hingga hubungan itu mencakupi pinggirannya. Lakar varian rangkaian *mesh* untuk 16 pemproses. (30/100)

- (b) Lakar gambar rajah pohon bagi pernyataan aljabar $(a - (3 + 2b))/(c^2 + d)$. (30/100)

- (c) Diberikan sebuah mesin keadaan terhingga berikut:



- (i) Tentukan jadual transisi yang sesuai bagi mesin keadaan terhingga yang diberikan. (10/100)
- (ii) Tulis tatabahasa struktur frasa paling mudah $G=(V,T,S,P)$ bagi mesin pada soalan 4(c)(i). (10/100)
- (iii) Tulis kembali tatabahasa pada 4(c)(ii) dalam notasi BNF. (10/100)
- (iv) Tentukan output bagi rentetan input 1111, bagi mesin keadaan terhingga pada soalan 4(c)(i). (10/100)