

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

MSS 212 – ALJABAR LINEAR LANJUTAN

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan

...2/-

1. Cari

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 1-\frac{1}{n} & 1-\frac{1}{n} & \dots & 1-\frac{1}{n} \\ 1-\frac{1}{n} & 2 & 1-\frac{1}{n} & \dots & 1-\frac{1}{n} \\ \vdots & 1-\frac{1}{n} & 2 & \dots & \vdots \\ & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1-\frac{1}{n} & 1-\frac{1}{n} & 1-\frac{1}{n} & \dots & 2 \end{pmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}$$

[100 markah]

2. Biar V suatu ruang vektor. Andaikan $S, T \in \text{Fun}(V, \mathbb{R})$. Takrifkan

$$\Phi: V \rightarrow \mathbb{R}^2$$

sedemikian hingga $(w)\Phi = ((w)S, (w)T)$ bagi setiap $w \in V$

- (a) Tunjukkan Φ ialah satu transformasi linear

[60 markah]

- (b) Tunjukkan $\ker(\Phi) = \ker(S) \cap \ker(T)$.

[60 markah]

3. Takrifkan

$$\langle p(x), g(x) \rangle = \int_{-1}^{+1} p(x)g(x) dx \quad p(x), g(x) \in P_2(\mathbb{R})$$

$$\langle (x, y, z), (u, v, w) \rangle = ux + vy + wz \quad (x, y, z), (u, v, w) \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Cari suatu asas ortonormal bagi $P_2(\mathbb{R})$.

[80 markah]

- (b) Cari suatu asas ortonormal bagi \mathbb{R}^3 .

[50 markah]

- (c) Buktikan $P_2(\mathbb{R})$ adalah berisometri dengan \mathbb{R}^3 dengan membina satu isometri dari $P_2(\mathbb{R})$ ke \mathbb{R}^3 .

[120 markah]

4. Biar $T : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ suatu transformasi linear sedemikian hingga.

$$(M) T = M^t,$$

dengan M^t ialah transpose bagi M .

(a) Gunakan teorem spectra untuk menjelaskan mengapa T boleh diperpenjurukan.

[80 markah]

(b) Takrifkan

$$\langle A, B \rangle = \sum_{i,j=1}^2 a_{i,j} b_{i,j}; \quad A = (a_{i,j}), B = (b_{i,j}) \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$$

Carikan suatu asas ortonormal π bagi T sedemikian hingga $T_{\pi,\pi}$ adalah matrik perpenjuru

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix}.$$

Cari juga nilai $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$.

[150 markah]