

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

MSS 211 – Aljabar Moden

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM [6]** soalan di dalam **TIGA [3]** halaman muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. Tentukan sama ada pernyataan yang berikut benar atau palsu:

(i) $[A - (B \cup C)] \cup (B \cap C) = (C - A) \cap (B - A) \Rightarrow A \cap B \cap C = \phi.$

(ii) $A \cap (B \cup C) = \phi \Rightarrow A \cap B = \phi.$

[10 markah]

2. Diberikan $A = \{1,2,3,4\}$ dan H suatu hubungan atas A . Jika $1H3$ dan $2H4$, tetapi $1H4$ dan $2H3$, senaraikan setiap unsur dari $A \times A$ yang mungkin berada dalam H supaya H suatu hubungan

(i) yang refleksif dan simetri.

(ii) yang refleksif dan transitif.

(iii) yang simetri dan transitif.

(iv) kesetaraan. Dengan demikian, cari set hasil bahagi untuk A yang ditentukan oleh H .

[20 markah]

3. Suatu perpadanan P dari set A kepada set B boleh ditakrifkan sebagai suatu subset bagi $A \times B$. Nyatakan dua syarat yang perlu dan cukup supaya P merupakan suatu fungsi dari A kepada B . Seterusnya, nyatakan masing-masing satu syarat supaya fungsi tersebut

(i) satu ke satu.

(ii) keseluruhan.

[10 markah]

4. Diberikan S suatu set dan $*$ suatu operasi dedua atas S .

(a) Katakan wujud e_R , identiti kanan, serta e_L , identiti kiri, untuk $*$ dalam S . Tunjukkan bahawa $e_L = e_R$. Seterusnya, buktikan kewujudan unsur identiti yang unik dalam S .

(b) Katakan wujud dua identiti kanan yang berlainan e_1 dan e_2 dalam S . Tentukan sama ada mungkin wujud suatu identiti kiri dalam S .

[15 markah]

5. Berikan satu contoh kumpulan tak Abelian yang berperingkat 6.
- (i) Mungkinkah wujud suatu unsur berperingkat 6 dalam kumpulan jenis ini?
 - (ii) Senaraikan setiap subkumpulan bagi contoh kumpulan anda.
 - (iii) Yang manakah di antara subkumpulan-subkumpulan dalam senarai anda merupakan subkumpulan normal?
 - (iv) Dengan menggunakan perwakilan G untuk contoh kumpulan anda serta N untuk suatu subkumpulan berperingkat 3 dalam G , takrifkan suatu homomorfisma yang keseluruh ϕ dari G ke G/N . Buktikan jawapan anda.
 - (v) Cari Inti ϕ .

[30 markah]

6. Ditakrifkan operasi-operasi \oplus dan \otimes atas \mathbb{R} seperti berikut:

$$a \oplus b = a + b - 1, \text{ dan} \\ a \otimes b = a + b - ab.$$

Tunjukkan bahawa $\langle \mathbb{R}, \oplus, \otimes \rangle$ merupakan suatu gelanggang. Seterusnya cari unsur uniti dalam gelanggang ini.

[15 markah]