

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

MSS 211 – ALJABAR MODEN

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab semua **ENAM [6]** soalan.

...2/-

1. Diberikan set-set A , B dan C memenuhi persamaan $A - B = A - C$. Buktikan atau sangkalkan pernyataan-pernyataan berikut :
- (a) $A \cap B \subseteq C$
- (b) $A \cap B = A \cap C$
- [10 markah]
2. Diberikan H suatu hubungan kesetaraan atas $\{1, 2, 3\}$. Jika $(1, 2) \in H$ tetapi $(1, 3) \notin H$, nyatakan set hasilbahagi untuk H . Dengan itu, senaraikan setiap unsur dalam H .
- [10 markah]
3. (a) Diberikan $f \subseteq A \times B$ di mana A , B dan f set-set tak kosong. Nyatakan kedua-dua syarat yang diperlukan supaya f merupakan suatu fungsi dari A ke B .
- (b) Diberikan $f = \{(x, x^2) | x \in \mathbb{R}\}$.
- (i) Tentukan sama ada f merupakan suatu fungsi dari \mathbb{R} ke \mathbb{R} .
- (ii) Dapatkan suatu fungsi $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ selain dari $f = \{(x, x) | x \in \mathbb{R}\}$, $\{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\}$ dan $\{(x, 1) | x \in \mathbb{R}\}$ supaya $f \circ g = g \circ f$.
- (iii) Bincangkan sama ada f^{-1} wujud dan mungkin bersamaan dengan g .
- [15 markah]
4. (a) Nyatakan takrif kumpulan.
- (b) Tunjukkan bahawa set matriks berpenentu ± 1 , dengan operasi pendaraban matriks merupakan suatu kumpulan. Seterusnya dapatkan suatu subkumpulan yang wajar serta tak remeh dalam kumpulan ini.
- [15 markah]
5. (a) Nyatakan takrif :
- (i) pilihatur
- (ii) pilihatur genap
- (b) Buktikan bahawa unsur identiti bagi sebarang kumpulan pilihatur darjah n ($n > 1$) merupakan suatu pilihatur genap.

- (c) Diberikan G suatu kumpulan pilihatur berperingkat n , dan $H = \{h \in G \mid h \text{ pilihatur genap}\}$. Buktikan bahawa H suatu subkumpulan bagi G dan $|H| = n$ atau $n/2$.

[25 markah]

6. (a) Senaraikan semua subkumpulan bagi S_3 . Nyatakan juga yang mana di antara subkumpulan-subkumpulan tersebut merupakan subkumpulan normal bagi S_3 .
- (b) Cari semua koset kanan bagi $\{e, (13)\}$ dalam S_3 .
- (c) Nyatakan Teorem Lagrange dan tentusahkan kesahihan teorem ini bagi kumpulan S_3 .
- (d) Dapatkan sifir Cayley bagi kumpulan S_3/A_3 dengan menggunakan takrif operasi dedua atas kumpulan hasilbahagi.

[25 markah]