UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 389 – PENGIRAAN KEJURUTERAAN II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** [3] soalan di dalam **EMPAT** [4] halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

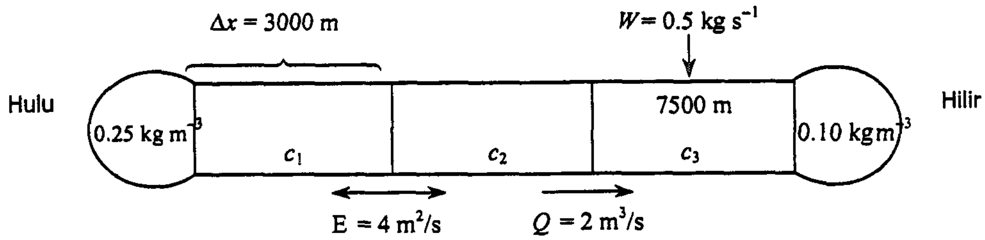
Jawab **SEMUA** soalan.

Jawab **semua TIGA** [3] soalan.

1. Suatu persamaan aliran sebaran untuk mengkaji pencemaran sungai ialah persamaan parabolik

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \mathrm{E}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u\frac{\partial c}{\partial x} - kc + W \qquad (1)$$

Di sini unit-unit asas ialah meter (m), saat (s) dan kilogram (kg).



Satu bahan kimia yang merosot pada kadar 6 x $10^{-4} S^{-1}$ dilepaskan ke dalam suatu sungai pada kadar W = 0.5 kgs^{-1} pada lokasi X = 7500 m dari hulu (lihat rajah di atas). Sungai ini dibahagikan kepada 3 segmen seragam dengan setiap segmen berpanjang $\Delta x = 3000$ m. Luas keratan rentas sungai ialah A = 50 m^2, aliran Q = 2 m$^3/s$, pekali sebaran $E = 4m^2/s$. Syarat sempadan ialah c = 0.25 kgm^{-3} pada hulu dan c = 0.1 kgm^{-3} pada hilir.

Anggapkan keadaan mantap tercapai iaitu $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$.

(a) Berikan unit bagi setiap sebutan dalam persamaan (1) dalam bentuk jadual.

(b) Bentukkan sistem (3 x 3) $A\underset{\sim}{c} = \underset{\sim}{w}$ dengan menunjukkan unit-unit sah. Selesaikan untuk c_1, c_2, c_3.

(c) Bahagikan segmen ketiga kepada 3 subsegmen seragam supaya terdapat 5 segmen. Bentuk sistem $A\underset{\sim}{c_2} = \underset{\sim}{w_2}$.

(d) Selesaikan sistem ini untuk $c_1, c_2, \cdots, c_5$.

(e) Lakarkan penyelesaian bagi (b) dan (d) dalam satu rajah yang sama.

(f) Jika $\frac{\partial c}{\partial t} \neq 0$, cadangkan kaedah untuk menyelesaikan persamaan parabolik untuk tiga segmen seperti di bahagian di atas.

[100 markah]

2. (a) Pertimbangkan sistem persamaan pembezaan berikut

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y, \qquad x(0) = 2$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x + y, \qquad y(0) = 0$$

(i) Dapatkan penyelesaian analisis

$$x = e^{-t} + e^{3t}, \quad y = -e^{-t} + e^{3t}$$

(ii) Bentukkan Polinomial Taylor Peringkat 4 bagi x dan y masing-masing. Cari $x(0.6)$, $y(0.6)$ dan berikan ralat.

(iii) Gunakan kaedah Runge – Kutta peringkat 2 dengan $\Delta t = 0.1$ untuk mencari $x(0.1)$ dan $y(0.1)$ dan berikut ralat.

(iv) Gunakan kaedah Runge – Kutta peringkat 4 dengan $\Delta t = 0.1$ untuk menilai $x(0.1)$ dan $y(0.1)$ dan berikut ralat.

(b) Gunakan kaedah kuasa untuk mencari nilai eigen dominan dan vektor eigen bagi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Mulakan dengan vektor awal (1, 1, 1) dan jalankan 3 lelaran. Cari juga nilai eigen terkecil dengan 3 lelaran.
Buktikan kaedah kuasa.

[100 markah]

3. Pertimbangkan persamaan haba berikut :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0,a), \quad t > 0,$$
$$u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,a].$$

$$u(0,t) = g(t), \quad u(a,t) = w(t)$$

Biarkan

$$U_{i,j} = U(x_i, t_j), \quad i = 1,\ldots,m; \quad j = 1,2,3,\ldots$$
$$k = \Delta t, \quad h = \Delta x, \quad r = \frac{ck}{h^2}$$

(a) Terbitan skema kaedah beza ke depan (eksplisit)

$$U_{i,j+1} = r \quad U_{i-1,j} + (1-2r)\, U_{i,j} + r \quad U_{i+1,j}$$

(b) Terbitkan skema kaedah beza ke belakang (implisit)

$$-r \quad U_{i-1,j+1} + (1+2r)\, U_{i,j+1} - r \ U_{i+1,j+1} = U_{i,j}$$

Biarkan c = 1, $f(x) = 2x^2$, $x \in (0, 0.8)$, $a = 0.8$, $h = \Delta x = 0.2$, $r = 0.25, \Delta t = k = 0.01$, $g(t) = 0$, $w(t) = 1.28$.

(c) Gunakan skema di bahagian (a) untuk mencari U pada $t = 0.01$ dan $t = 0.02$.

(d) Gunakan skema di bahagian (b) untuk mencari U pada $t = 0.01$ dan $t = 0.02$.

(e) Bincangkan kestabilan skema (a) dan (b) di atas.

[100 markah]

-ooo000ooo-