UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

MSG 388 – ALGORITMA MATEMATIK UNTUK GRAFIK KOMPUTER

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA [5]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua EMPAT [4]** soalan.

1. (a) Beri takrif splin dan splin asli.

(b) Nyatakan kaitan diantara peringkat (K), bilangan titik kawalan (N) dan bilangan nod (T) dalam penjanaan suatu lengkung splin-B.

(c) Bagi penjanaan suatu lengkung splin-B darjah 6, nyatakan bilangan titik kawalan minimum yang diperlukan. Nyatakan juga bilangan nod yang diperlukan dan selang nod yang digunakan (anda boleh berikan contoh).

(d) Nyatakan dengan ringkas (tanpa rumus), apakah yang dimaksudkan dengan algoritma Oslo.

(e) Nyatakan 3 syarat keselanjaran lengkung splin beta dan jelaskan sifat-sifat parameter yang digunakan.

(f) Nyatakan algoritma subbahagian splin B berdarjah n. Seterusnya, tunjukkan algoritma Chaikin secara geometri sehingga 2 lelaran jika titik kawalan V_0, V_1, V_2, V_3, V_4 diberikan.

[100 markah]

2. (a) Splin-B seragam boleh ditakrifkan secara rekursi dengan konvolusi sebagai

$$M_n(x) = \int_0^1 M_{n-1}(x-t)dt \quad , \quad n = 1,2,3,....$$

dengan

$$M_0(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x < 1 \\ 0 & ditempat \quad lain. \end{cases}$$

(i) Dapatkan $M_2(x)$.

(ii) Jika diberi titik kawalan V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, dengan menggunakan asas di atas yang telah ditranslasikan dalam selang $[0,1]$, tunjukkan bahawa lengkung splin-B akan bermula pada $\dfrac{V_0 + V_1}{2}$ dan berakhir pada $\dfrac{V_3 + V_4}{2}$.

(b) (i) Nyatakan algoritma de Casteljau bagi penjanaan lengkung Bezier darjah n. Tunjukkan algoritma ini adalah setara dengan penjanaan lengkung yang menggunakan polinomial Bernstein dalam kes n=3.

(ii) Dengan menggunakan algoritma de Casteljau bagi kes n=3, tunjukkan secara geometri penjanaan titik-titik selepas 2 lelaran jika titik kawalan V_0, V_1, V_2, V_3 diberikan.

[100 markah]

3. (a) Splin-B diskret ditakrif dengan menggunakan algoritma Oslo untuk $k \geq 2$ dan semua *i dan j* seperti berikut :

$$\alpha_{i,j}^{1} = \begin{cases} 1 & x_i \leq y_j < x_{i+1} \\ 0 & di\,tempat\ lain, \end{cases}$$

$$\alpha_{i,j}^{k} = \frac{x_{i+k} - y_{j+k-1}}{x_{i+k} - x_{i+1}}\alpha_{i+1,j}^{k-1} + \frac{y_{j+k-1} - x_i}{x_{i+k-1} - x_i}\alpha_{i,j}^{k-1} \quad , \quad k = 2,3,4,...$$

dengan

x_i , $i = 1,2,...,n+k+1$ adalah nod asal dan
y_j , $j = 1,2,3,...,m+k+1$ adalah nod baru,

serta $\dfrac{\alpha_{i,j}^{k}}{x_{i+k} - x_i} = 0$ *jika* $x_{i+k} = x_i$.

(i) Nyatakan syarat-syarat bagi $\alpha_{i,j}^{k}$.

(ii) Tunjukkan bahawa $\sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{i,j}^{k} = 1$

(iii) Andaikan diberi titik kawalan V_0 , V_1 , V_2 dengan nod 2,3,4,5,6,7. Bagi kes k=3 (darjah 2), dapatkan 4 titik-titik kawalan jika satu nod baru, 4.5 dimasukkan.

(b) Andaikan diberi 4 tembereng suatu fungsi splin beta kubik diwakili oleh

$b_i(t) = a_{i,0} + a_{i,1}\,t + a_{i,2}\,t^2 + a_{i,3}\,t^3$

dengan $a_{i,j}$ adalah anu serta $i \leq t \leq i+1$ untuk i = 0,1,2,3.

Dengan menggunakan syarat keselanjaran G^2 pada setiap nod dan sifat hul cembung, tuliskan 16 persamaan bagi mengira nilai $a_{i,j}$, i = 0,1,2,3 dan j=0,1,2,3.

[100 markah]

4. (a) Suatu lengkung Bezier kubik nisbah diberikan oleh

$$\boldsymbol{r}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{3} B_i^3(t) w_i \boldsymbol{P}_i}{\sum_{i=0}^{3} B_i^3(t) w_i} ,$$

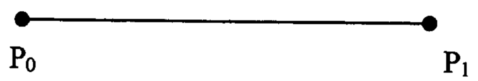
dengan $B_i^3(t) = {}^3C_i(1-t)^{3-i}t^i$, $t \in [0,1]$, $\boldsymbol{P}_i$, $i = 0,1,2,3$ sebagai titik kawalan dan w_i , $i = 0,1,2,3$ adalah pemberat yang sepadan. Jika $\boldsymbol{r}'(0) = \boldsymbol{T}_0$, dan $\boldsymbol{r}'(1) = \boldsymbol{T}_1$, tunjukkan

$$\boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{P}_0 + \frac{\boldsymbol{T}_0 w_0}{3w_1} \text{ dan}$$

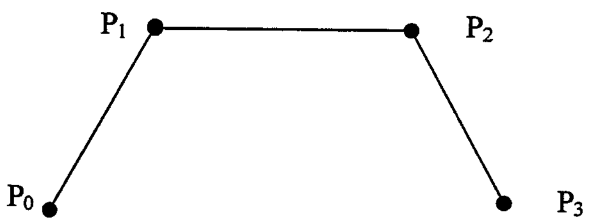
$$\boldsymbol{P}_2 = \boldsymbol{P}_3 - \frac{\boldsymbol{T}_1 w_3}{3w_2}$$

(b) Bagi gambarajah berikut tandakan titik Bezier yang diperoleh apabila t = 0.5, pada lengkung Bezier yang dijana menggunakan titik kawalan $\boldsymbol{P}_i$, yang diberikan.

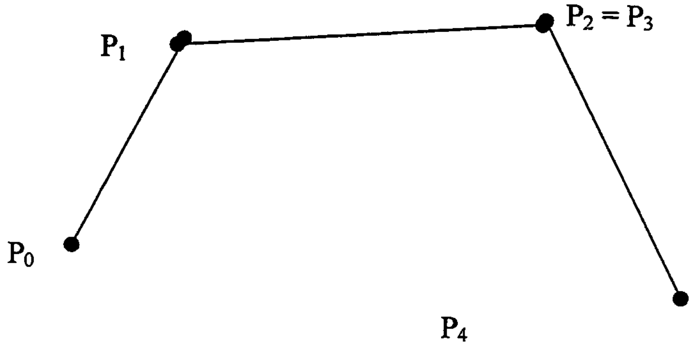
(i) Dua titik kawalan (lengkung Bezier linear)



(ii) Empat titik kawalan (lengkung Bezier kubik)



(iii) Lima titik kawalan, dua titik berulang (lengkung Bezier kuartik)



(c) Tunjukkan bahawa suatu lengkung kubik Bezier nisbah

$$\boldsymbol{r}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{3} B_i^3(t) w_i \boldsymbol{P}_i}{\sum_{i=0}^{3} B_i^3(t) w_i}$$

dengan pemberat $w_0 = 2, w_1 = 4, w_2 = 8, w_3 = 16$ adalah sama bentuk dengan lengkung Bezier kubik $\boldsymbol{p}(t) = \sum_{i=0}^{3} B_i^3(t) \boldsymbol{P}_i$.

[100 markah]

-ooo000ooo-