

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 388 – ALGORITMA MATEMATIK UNTUK GRAFIK KOMPUTER

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** soalan di dalam **EMPAT [4]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

.../2-

1. (a) Nyatakan algoritma de Casteljau
- (b) Tunjukkan dengan menggunakan pembinaan geometri dan algoritma di atas yang lengkung Bezier kuadratik dapat ditulis sebagai

$$P(t) = (1-t^2)V_0 + 2t(1-t)V_1 + t^2V_2$$

dengan V_0 , V_1 dan V_2 adalah titik-titik kawalan.

- (c) Tuliskan rumus (b) diatas dalam bentuk matriks. Menggunakan kaedah subbahagian, jalankan 1 lelaran dan nyatakan 5 titik-titik kawalan baru dalam sebutan titik kawalan asal V_0 , V_1 dan V_2 . Lakarkan kedudukan titik-titik berkenaan.
- (d) Seterusnya menggunakan 1 lelaran kaedah subbahagian bagi titik-titik kawalan Bezier untuk permukaan kuadratik V_{ij} $i,j=0,1,2$, nyatakan 25 titik kawalan baru dalam sebutan titik kawalan asal V_{ij} $i,j=0,1,2$.
- (e) Dengan menggunakan algoritma de Casteljau, dapat $Q(\frac{1}{3})$ untuk lengkung kubik bagi titik-titik kawalan $(0,0)$, $(10,10)$, $(20,10)$ dan $(30,0)$.

[100 markah]

2. (a) (i) Nyatakan takrif splin asli
- (ii) Tunjukkan sama ada fungsi berikut memenuhi takrif splin asli atau tidak ;

$$S(x) = \begin{cases} 10 - 20x & x \leq -1 \\ 11 + 23x + 3x^2 + x^3 & -1 < x \leq 1 \\ 14 + 14x + 12x^2 - 2x^3 & 1 < x \leq 2 \\ 10 + 32x & x > 2 \end{cases},$$

- (b) Nyatakan sifat-sifat asas bagi fungsi B splin

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i)}{(t_{i+k-1}-t_i)}N_{i,k-1}(u) + \frac{(t_{i+k}-u)}{(t_{i+k}-t_{i+1})}N_{i+1,k-1}(u)$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

Dapatkan asas $N_{0,3}$ (u) dengan nod $t_i = i$, $i=0,1,2,3$. Jika diberi titik kawalan V_0 , V_1 dan V_2 jelaskan bagaimana lengkung B-splin kuadratik dapat dijana dan nyatakan selang nod yang digunakan. Nyatakan juga sebab kenapa selang itu dipilih.

- (c) Jika nod 0,0,0,1,1,1 dipilih dapatkan dan tunjukkan asas B-splin kuadratik adalah setara dengan asas bagi lengkung Bezier kuadratik. Lakarkan asasnya.

[100 markah]

3. (a) Lengkung B-splin kubik dengan titik kawalan V_0 , V_1 , V_2 dan V_3 ditakrifkan sebagai

$$S(t) = (1/6) \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

dengan $0 \leq t \leq 1$.

Jika suatu lengkung B-splin kubik dijana menggunakan titik-titik kawalan V_0 , V_1 , V_2 , V_3 ..., V_9 dan V_{10} . Dapatkan syarat-syarat supaya lengkung ini

- (i) menginterpolasi titik hujung V_0 dan V_{10}
 - (ii) menginterpolasi titik tengah diantara V_0 dan V_1 serta titik tengah diantara V_9 dan V_{10} .
- (b)
- (i) Nyatakan algoritma Chaikin.
 - (ii) Jika diberi V_0 , V_1 , V_2 dan V_3 adalah titik-titik kawalan asal tunjukkan secara geometri bagaimana penghasilan titik baru selepas satu lelaran menggunakan algoritma di atas. Tuliskan titik-titik kawalan baru dalam sebutan titik kawalan asal. Dapatkan juga titik kawalan selepas dua lelaran.
 - (iii) Dengan menggunakan algoritma Chaikin di atas dapatkan titik-titik kawalan baru bagi permukaan dalam sebutan titik kawalan asal $V_{i,j}$ $i, j=0,1,2,3$ selepas satu lelaran.
 - (iv) Menggunakan algoritma subbahagian bagi lengkung B-splin kubik, dapatkan titik-titik baru selepas 1 dan 2 lelaran bagi titik-titik kawalan asal (0,0), (10,10), (20,10) dan (30,0)

[100 markah]

...4/-

4. (a) Suatu persamaan garis yang menghubungkan P_0 dan P_1 dalam bentuk nisbah diberi sebagai

$$P(t) = \frac{(1-t)w_0P_0 + tw_1P_1}{(1-t)w_0 + tw_1}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

dengan w_0 dan w_1 adalah pemberat yang bukan negatif.

- (i) Jika $w_0 = w_1 = w$, dapatkan $P(\frac{1}{2})$. Adakah kedudukan $P(\frac{1}{2})$ berubah jika $w \rightarrow \infty$?
 - (ii) Jika $w_0 = 1$, cari nilai w_1 supaya $P(\frac{1}{2})$ membahagikan garis P_0P_1 dalam nisbah 2:3.
 - (iii) Andaikan Q adalah titik tengah P_0P_1 bagaimanakah nilai pemberat w_0, w_1 diberi supaya $P(\frac{1}{2})$ adalah lebih dekat dengan Q berbanding dengan titik hujung.
- (b) Suatu persamaan lengkung yang menghubungkan P_0 dan P_3 dalam bentuk nisbah diberi sebagai

$$P(t) = \frac{(1-t)^2(1-2t)P_0 + 4(1-t)^2t\alpha P_1 + 4(1-t)t^2\beta P_2 + (2t-1)t^2P_3}{(1-t)^2(1-2t) + 4(1-t)^2t\alpha + 4(1-t)t^2\beta + (2t-1)t^2},$$

dengan $\alpha, \beta > 0$, $t \in [0,1]$.

- (i) Dapatkan $P(1/2)$.
 - (ii) Bagaimana nilai α, β diumpukkan supaya $P(\frac{1}{2})$ adalah titik tengah garis P_0P_3 .
 - (iii) Terangkan kedudukan $P(\frac{1}{2})$ apabila $\alpha > \beta$.
 - (iv) Terangkan bagaimanakah lengkung kubik diturunkan kebentuk kuadratik.
- (c) Tulis $y(x) = 1 + x + x^2$, $0 \leq x \leq 2$ sebagai persamaan berparameter lengkung Bezier kuadratik.

$$B(t) = (x(t), y(t)) = (1-t)^2B_0 + 2(1-t)tB_1 + t^2B_2, \quad 0 \leq t \leq 1$$

dengan menggunakan $t = \frac{x}{2}$.

[100 markah]