

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Mac 2005

**MSG 356 – PENGATURCARAAN MATEMATIK**

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT [4]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan

1. (a) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = 2x^2 - x - \ln x, \quad x > 0.$$

- (i) Adakah  $f(x)$  suatu fungsi cembung?  
 (ii) Apakah nilai minimum  $f(x)$ ?  
 (iii) Apakah nilai minimum  $f(x)$  bagi  $1 \leq x \leq 3$  ?

[8 markah]

- (b) Kos untuk mengeluarkan suatu produk penjagaan kulit adalah sebanyak  $\text{RM}\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x + 2\right)$  per liter, yang mana  $x$  = kuantiti produk yang dikeluarkan (liter). Jika  $x \geq 1$ , tentukan kuantiti produk yang perlu dikeluarkan supaya jumlah kos adalah minimum. Berapakah jumlah kos minimum tersebut?

[5 markah]

- (c) Sebuah kilang menghasilkan sejenis barang permainan kanak-kanak dengan kos RM4 per unit dan menganggarkan bahawa jika seunit barang tersebut dijual dengan harga RM $x$  per unit, sebanyak  $100e^{-0.1x}$  unit barang dapat dijual setiap hari. Berapakah harga seunit barang tersebut yang patut dijual supaya keuntungan adalah maksimum?

[5 markah]

- (d) Diketahui punca bagi persamaan  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$  berada dalam selang  $(1, 2)$ . Dengan menggunakan kaedah 'Golden Section Search', lakukan empat lelaran untuk mendapatkan selang yang lebih kecil di mana punca tersebut berada.

[10 markah]

2. (a) Apakah nilai yang mesti diambil oleh pekali  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  dan  $a_6$  supaya fungsi  $f(x, y) = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3xy + a_4x + a_5y + a_6$  adalah cembung di atas  $R^1$ ?

[5 markah]

(b) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + 6x_1 - 3x_2 + 2x_3.$$

- i) Dapatkan matriks Hessian bagi  $f(x_1, x_2, x_3)$ .
- ii) Adakah  $f(x_1, x_2, x_3)$  suatu fungsi cembung? Tentukan.
- iii) Dapatkan titik ekstremum bagi  $f(x_1, x_2, x_3)$  dan tentukan sama ada ianya titik minimum setempat, maksimum setempat atau bukan kedua-duanya.

[15 markah]

c) Pertimbangkan masalah pengaturcaraan tak linear berikut:

Maksimumkan  $z = x^2 + y^2 - 2xy + 3x - 2y + 5$

Terhadap  $x + y = 3,$

$$x^2 - 2y^2 + 4 = 0.$$

Tentukan sama ada titik (1, 2) memberikan penyelesaian optimum kepada masalah tersebut.

[5 markah]

3. (a) Selesaikan masalah berikut dengan teknik Lagrange:

Minimumkan  $f(x_1, x_2) = (2 - x_1)^2 + (1 - 2x_2)^2 - 3x_1x_2$

terhadap  $2x_1 + x_2 = 4.$

[10 markah]

(b) Gunakan syarat Kuhn-Tucker untuk menyelesaikan masalah berikut:

Minimumkan  $f(x_1, x_2) = 2(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2$

terhadap  $2x_2 - x_1 = 1$

$$3x_1 + x_2 \leq 2.$$

[15 markah]

4. (a) Dengan menggunakan teknik Wolfe, bentukkan masalah pengaturcaraan linear untuk versi terubahsuai Fasa 1 kaedah simpleks dua-fasa bagi masalah pengaturcaraan kuadratik berikut:

$$\text{Maksimumkan} \quad f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 + 3x_1 + 5x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$$

$$\text{terhadap} \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$2x_1 - x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(Anda tidak perlu menyelesaikan pengaturcaraan linear ini).

[10 markah]

- (b) Pertimbangkan masalah pengaturcaraan tak linear berikut:

$$\text{Minimumkan} \quad f(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1 + 3x_2^2 + x_2 - 4$$

$$\text{terhadap} \quad x_1^2 + x_2^2 \leq 4$$

$$4x_1 - 3x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Dengan mengambil  $x_1 = x_2 = 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$  sebagai titik pecahan bagi fungsi linear cebis demi cebis, bina masalah penghampiran kepada masalah tersebut.

(Anda tidak perlu menyelesaikan masalah penghampiran ini).

[12 markah]