

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 253 – SISTEM GILIRAN DAN SIMULASI

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA [3]** soalan dan **ENAM [6]** lampiran di dalam **SEPULUH [10]** halaman muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Andaikan satu model giliran ringkas yang mempunyai mekanisma layanan yang membenarkan hanya seorang pelanggan di dalam sistem. Pelanggan yang tiba apabila fasiliti ini sibuk meninggalkan sistem ini tanpa kembali. Andaikan pelanggan tiba mengikut agihan Poisson dengan min λ seunit masa dan masa layanan ialah eksponen dengan min bersamaan dengan $\frac{1}{\mu}$ unit masa.

- (i) Lakarkan gambarajah kadar yang lengkap untuk situasi ini.
- (ii) Tentukan kebarangkalian bagi setiap keadaan.
- (iii) Apakah bilangan jangkaan dalam sistem?
- (iv) Apakah kadar ketibaan berkesan?
- (v) Berikan jangkaan masa menunggu dalam giliran.

[25 markah]

- (b) Firma Akitek Bersatu mempunyai sebuah mesin pencetak. Mesin ini dikongsi bersama oleh lima orang akitek. Kadar penggunaan mesin oleh setiap akitek ialah sekali sejam dan mesin itu memerlukan pada puratanya 10 minit untuk mencetak. Anggapkan lat ketibaan dan masa layanan adalah taburan eksponen.

- (i) Tentukan kadar masa mesin itu benar-benar digunakan?
- (ii) Apakah kebarangkalian kelima-lima orang akitek akan menggunakan atau menunggu untuk menggunakan mesin itu?
- (iii) Berapakah bilangan purata akitek yang menunggu untuk menggunakan mesin?
- (iv) Pada puratanya, berapa ramaiakah akitek yang menggunakan atau menunggu untuk menggunakan mesin?
- (v) Apakah purata masa menunggu untuk menggunakan mesin?

[25 markah]

- (c) Restoran McDodo menyediakan satu tingkap bagi perkhidmatan pandu-layan ('drive-in service'). Dianggarkan bahawa kereta tiba untuk menggunakan perkhidmatan itu mengikut proses Poisson dengan kadar 2 setiap 5 minit. Ruang yang ada di restoran itu mampu menampung satu barisan sebanyak 5 buah kereta sahaja. Namun demikian, kereta juga boleh menunggu di bahu jalan di luar kawasan restoran. Pada puratanya sesuatu pesanan mengambil masa 1.5 minit untuk dipenuhi dengan agihan eksponen.

- (i) Apakah kebarangkalian bahawa tidak ada sebuah kenderaan pun yang menggunakan perkhidmatan pandu-layan?
- (ii) Berapakah bilangan purata pelanggan yang menunggu untuk dilayan?
- (iii) Berapa lamakah seseorang pelanggan dijangka menunggu sebelum dia mula memesan di tingkap itu?
- (iv) Apakah kebarangkalian bahawa barisan menunggu akan melampaui ruang yang disediakan?
- (v) Tentukan kebarangkalian bahawa masa menunggu bagi seseorang pelanggan akan melebihi purata masa menunggu di dalam sistem.

- (vi) Bagi menarik ramai pengunjung ke restoran itu, pengurusnya bercadang memberikan minimum ringan percuma kepada setiap pelanggan yang menunggu lebih dari 5 minit sebelum dilayan. Kos setiap minuman ringan yang diberikan ialah 50 sen. Berapa banyakkah kos minuman ringan percuma yang dijangka akan ditanggung sehari? Andaikan bahawa restoran itu dibuka 12 jam sehari.

[50 markah]

2. (a) Sebuah tempat servis kereta mempunyai sebuah mesin pengilat kereta yang dapat beroperasi pada tiga kelajuan. Pada kelajuan yang perlahan, purata masa mengilat sesebuah kereta ialah 10 minit. Pada kelajuan yang sederhana, puratanya ialah 6 minit dan pada kelajuan yang pantas pula, puratanya ialah 5 minit. Masa sebenar adalah mengikut agihan eksponen. Apabila terdapat sebuah kereta sahaja di tempat itu, kelajuan yang perlahan akan digunakan. Sebaik sahaja terdapat sebuah kereta yang sedang menunggu kadar sederhana akan digunakan dan sekiranya bilangan yang menunggu menjadi dua atau lebih, kadar pantas akan digunakan.

Adalah dianggarkan bahawa pelanggan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 12 sejam. Jika seseorang pelanggan itu tiba dan didapatinya terdapat 3 kereta yang sedang menunggu, dia akan pergi ke tempat yang lain.

- (i) Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem giliran itu.
- (ii) Tentukan bilangan jangkaan kereta yang sedang menunggu untuk dikilatkan.
- (iii) Berapakah masa purata seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu supaya keretanya mula dikilatkan?
- (iv) Jika kos pengoperasian mesin pengilat ialah RM 5 sejam pengoperasi pada kadar perlahan, RM 8 sejam pengoperasian pada kadar sederhana dan RM 12 sejam pengoperasi pada kadar pantas, tentukan kos pengoperasian purata sejam.

[50 markah]

- (b) Sebuah stesen minyak petrol mempunyai sebuah mesin pembasuh kereta. Masa yang diperlukan untuk membasuh sesebuah kereta satu persatu adalah mengikut agihan eksponen dengan min 6 minit. Ketibaan kereta adalah mengikut proses Poisson dengan kadar 10 sejam. Apabila bilangan kereta yang sedang menunggu ialah 3, didapati pelanggan yang tiba berikutnya akan pergi ke tempat lain. Kehilangan keuntungan apabila ini berlaku ialah RM 2.00 bagi sebuah kereta. Dua cadangan perubahan berikut sedang dipertimbangkan :

Cadangan I

Gunakan satu peralatan tambahan bersama mesin yang sedia ada. Ini akan meningkatkan kos peralatan sebanyak RM 1.00 sejam dan akan menyusutkan min masa membasuh kereta menjadi 5 minit. Selain daripada itu, stesen itu akan membuat satu jaminan bahawa jika seorang pelanggannya terpaksa menunggu sehingga lebih daripada 30 minit supaya keretanya siap dibasuh, tiada bayaran akan dikenakan (kos kepada stesen sekiranya ini berlaku ialah RM 1.50 bagi sebuah kereta.) Jaminan ini akan membuatkan tiada pelanggannya akan pergi ke tempat lain.

...4/-

Cadangan II

Gantikan mesin membasuh dengan mesin terbaik di pasaran yang akan membasuh kereta melalui dua pusingan dengan masa membasuh sepusingan adalah mengikuti agihan eksponen dengan min 2 minit. Ini akan meningkatkan kos peralatan sebanyak RM 3 sejam. Oleh kerana keberkesanan mesin ini, dianggarkan bahawa stesen tidak akan kehilangan pelanggannya.

Adalah dirasakan bahawa bagi setiap minit seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu sehingga keretanya mula dibasuh, kos kehilangan perniagaan bagi masa hadapan ialah 10 sen.

Opsyen manakah yang terbaik daripada segi jangkaan jumlah kos sejam?

[50 markah]

3. (a) Pemprosesan sejenis barangan di sebuah kilang mesti melalui tiga stesen kerja ($A \rightarrow B \rightarrow C$). Masa pemprosesan barangan berkenaan di setiap stesen itu adalah seperti berikut :

Kebarangkalian			
Masa (minit)	Stesen 1	Stesen 2	Stesen 3
4	0.25	0.10	0.05
5	0.25	0.30	0.25
6	0.25	0.40	0.25
7	0.25	0.20	0.45

Barangan tiba untuk diproses setiap 5 minit. Penghalangan ('blocking') berlaku di stesen 1 dan stesen 2. Sebagai contoh, penghalangan di stesen 1 bermaksud bahawa barangan yang telah siap diproses di stesen 1 mestilah mula diproses di stesen 2 terlebih dahulu sebelum barangan berikutnya dapat diproses di stesen 1. Sekiranya stesen 2 sibuk, stesen 1 terpaksa menunggu.

Lakukan simulasi dengan tangan untuk pemprosesan 10 barangan dan tentukan

- (i) kadar output/ pengeluaran barangan.
- (ii) masa menunggu purata di stesen 1 dan stesen 2 disebabkan penghalangan.

Gunakan jadual nombor rawak yang disediakan dengan lajur 1, 2 dan 3 masing-masing digunakan untuk masa pemprosesan di stesen 1, 2, dan 3.

[60 markah]

- (b) Bagi soalan 3(a), tuliskan satu aturcara GPSSPC untuk larian pemprosesan selama 10 jam.

[40 markah]

Lampiran 1

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho) \rho^n \quad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad , \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika } 0 \leq n \leq s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika } n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s \mu (\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu - \lambda)t}$$

Lampiran 2

3: M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M:

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \leq n \leq M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. M/E_k/1:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

...7/-

Lampiran 3

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \frac{1}{s^{n-2} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \frac{\lambda}{s\mu}} \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} (k-s+1) \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}]$$

...8/-

$$L = L^q + s - P_0 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(s-i)(ps)^i}{n!}$$

$$W = \frac{\lambda'}{L}, \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W^q = W - \frac{\mu}{L}$$

$$W^q = \frac{\lambda'}{L^q}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^{s-1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^i / i! + \frac{(\lambda/\mu)^s / s!}{\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^s / s!}}$$

$$(0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{\sum_{i=0}^{s-1} (ps)^i / i!}{(ps)^s / s!} \left(p = \frac{\lambda}{\mu} \right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s), \quad W = \frac{\lambda'}{L} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{n!}{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}$$

$$(n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

Lampiran 5

10. Layanan Berkeadaan

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (\rho_1 = \lambda / \mu_1, \rho = \lambda / \mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1 [1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho \rho_1^{k-1} [k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu_1} \right)^n P_0 & (0 \leq n < k) \\ \frac{\lambda^n}{\mu_1^{k-1} \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \geq k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \dots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

Lampiran 6

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26