UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 252 – PENGATURCARAAN LINEAR DAN INTEGER

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN [9]** soalan di dalam **TUJUH [7]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

Minimumkan $z = 2x_1 + 4x_2$

terhadap

$$
\begin{aligned}
x_1 + 5x_2 &\leq 80 \\
4x_1 + 2x_2 &\geq 20 \\
x_1 + x_2 &= 10 \\
x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Asas	x_1	x_2	s_1	s_2	A_2	A_3	**Penyelesaian**
z	0	−2	0	0	−M	2−M	*a*
s_1	0	4	1	0	0	−1	*b*
x_1	1	1	0	0	0	1	*c*
s_2	0	2	0	1	−1	4	*d*

Di sini A_2 ialah pembolehubah buatan dari kekangan kedua.

A_3 ialah pembolehubah buatan dari kekangan ketiga.

s_1 ialah pembolehubah lalai dari kekangan pertama.

s_2 ialah pembolehubah lebihan dari kekangan kedua

(a) Tuliskan dualnya.

(b) Tentukan nilai bagi *a*, *b*, *c* dan *d*.

(c) Tentukan penyelesaian optimum bagi dual berdasarkan tablo di atas.

[12 markah]

2. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

Maksimumkan $z = 5x_1 + x_2 + 2x_3$

terhadap

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 &\leq 6 \\
6x_1 \qquad + x_3 &\leq 8 \\
x_2 + x_3 &\leq 2 \\
x_1, x_2, x_3 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	0	$\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{6}$	9
s_1	0	$\frac{1}{6}$	0	1	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{5}{6}$	3
x_1	1	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	1
x_3	0	1	1	0	0	1	2

Di sini s_i ialah pembolehubah lalai dari kekangan ke-i, $i = 1, 2, 3$.

c_i ialah pekali fungsi matlamat untuk x_i.

b_i ialah nilai sebelah kanan kekangan ke-i.

(a) Tentukan julat bagi nilai c_1 agar penyelesaian optimum semasa tidak berubah.

(b) Tentukan julat bagi nilai c_2 agar penyelesaian semasa tidak berubah.

(c) Tentukan julat bagi nilai b_3 agar penyelesaian semasa tidak berubah.

(d) Jika satu pembolehubah baru x_4 dengan pekalinya $\begin{pmatrix} c_4 \\ a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ditambah, adakah penyelesaian semasa berubah ?

(e) Jika suatu kekangan baru $x_1 + x_2 + x_3 \geq 5$ ditambah kepada masalah asal, adakah ini akan menjejas penyelesaian optimum semasa? Jika ya, dapatkan penyelesaian optimum yang baru.

[15 markah]

3. Pertimbangkan masalah primal-dual simetri berikut :

Primal: Maksimumkan $z = \boldsymbol{cx}$

terhadap $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b}$

$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$

Dual: Minimumkan $\mathbf{w} = \boldsymbol{yb}$

terhadap $\boldsymbol{yA} \geq \boldsymbol{c}$

$\boldsymbol{y} \geq \boldsymbol{0}$

Jika $\hat{x}$ dan $\hat{y}$ masing-masing adalah penyelesaian tersaur bagi masalah primal dan dual, dan $c\hat{x} = \hat{y}b$, buktikan bahawa $\hat{x}$ dan $\hat{y}$ adalah penyelesaian optimum bagi masalah masing-masing.

[10 markah]

4. Bagi masalah PL berikut anggarkan nilai matlamatnya dengan menyatakan anggaran tersebut di dalam bentuk selang.

Minimumkan $z = -2x_1 + 3x_2 + 5x_3$

terhadap $x_1 - x_2 + x_3 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

[8 markah]

5. Gunakan kaedah cabang dan batas untuk menyelesaikan masalah integer bercampur berikut :

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad & z = 3x_1 + x_2 \\ \text{terhadap} \quad & 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0; \quad x_2 \text{ integer} \end{aligned}$$

[10 markah]

6. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad & z = 3x_1 + 10x_2 + 4x_3 + 6x_4 \\ \text{terhadap} \quad & 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 50 \\ & x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 40 \\ & 10x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 150 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	**Penyelesaian**
z	$15/2$	0	22	0	$31/6$	$1/6$	0	265
x_2	$3/4$	1	2	0	$5/12$	$-1/12$	0	$35/2$
x_4	$1/2$	0	1	1	$1/6$	$1/6$	0	15
s_3	$17/4$	0	-12	0	$-11/4$	$-1/4$	1	$5/2$

Di sini s_i ialah pembolehubah lalai dari kekangan ke-i, $i = 1, 2, 3$.

Jika x_2 disyaratkan supaya mengambil nilai integer, tentukan penyelesaian optimum yang baru. Gunakan kaedah satah potongan.

[10 markah]

7. Selesaikan masalah 0-1 berikut :

Maksimumkan $z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5$

terhadap

$$2x_1 + x_2 \quad - 3x_4 \quad \leq 1$$
$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 \geq 2$$
$$x_i = 0 \text{ atau } 1 \qquad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

[10 markah]

8. Pertimbangkan model pengaturcaraan gol berikut :

Miniimumkan $z = \mathrm{P}_1 \mathrm{v}_1 + \mathrm{P}_2 \mathrm{u}_2 + \mathrm{P}_3 \mathrm{u}_3 + \mathrm{P}_4 \mathrm{u}_4$

terhadap

$$9\mathrm{S} + 5\mathrm{T} \geq 45$$
$$8\mathrm{S} + 9\mathrm{T} + \mathrm{u}_1 - \mathrm{v}_1 = 72$$
$$\mathrm{S} + 5\mathrm{T} + \mathrm{u}_2 - \mathrm{v}_2 = 5$$
$$\mathrm{T} + \mathrm{u}_3 - \mathrm{v}_3 = 10$$
$$\mathrm{S} \quad + \mathrm{u}_4 - \mathrm{v}_4 = 9$$
$$\mathrm{S}, \mathrm{T}, \mathrm{u}_i, \mathrm{v}_i \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, 4$$

Selesaikan secara bergraf. Kemudian nyatakan nilai setiap pembolehubah sisihan yang berada di fungsi dan juga nilai pembolehubah keputusan S dan T.

[10 markah]

9. Sebuah syarikat mengeluarkan dua produk – 1 dan 2. Maklumat berkaitan dengan setiap produk adalah seperti berikut :

	Produk 1	Produk 2
Tenaga buruh yang diperlukan	4 jam	2 jam
Keuntungan seunit	RM 4	RM 2

Syarikat ini menetapkan gol bagi keuntungan sebanyak RM 48 dan setiap ringgit yang terkurang daripada gol ini dikenakan penalti RM 1. Terdapat 32 jam masa buruh yang sedia ada dan penalti sebanyak RM 2 dikenakan bagi setiap jam lebih masa yang digunakan. Bagi setiap jam masa buruh yang tidak digunakan, penaltinya ialah RM 1. Sekurang-kurangnya 7 unit produk 1 dan sekurang-kurangnya 10 unit produk 2 perlu dihasilkan. Setiap unit keluaran (kedua-duanya) yang tidak menepati sasaran dikenakan penalti sebanyak RM 5.

...7/-

(a) Rumuskan suatu model pengaturcaraan gol yang boleh digunakan untuk meminimumkan jumlah penalti.

(b) Katakan syarikat tersebut menetapkan gol-gol berikut :

Gol 1	Elakkan daripada menggunakan masa buruh kurang daripada yang sedia ada.
Gol 2	Penuhi permintaan produk 1.
Gol 3	Penuhi permintaan produk 2.
Gol 4	Jangan gunakan lebih masa.

Rumuskan suatu model pengaturcaraan gol bagi keadaan ini.

[15 markah]

-ooo000ooo-