UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

MSG 228 – PENGENALAN PEMODELAN

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** **[5]** soalan di dalam **LIMA [5]** halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Pastikan kertas ini mengandungi lima(5) soalan. Jawab **semua** soalan.

1. i) Selesaikan persamaan-persamaan beza berikut:

(a) $x_{n+1} = a\,x_n + b$, a dan b pemalar-pemalar sebarangan.

(b) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\,x_n + 6^n$

ii) Seorang mangsa pembunuhan dijumpai dalam satu bangunan pejabat. Pegawai Kesihatan mendapati bahawa pada pukul 8 pagi, suhu badan mangsa berada pada 88 °F. Satu jam kemudian, dia mendapati bahawa suhu badan mangsa telah turun kepada 86 °F. Bilakah pembunuhan berlaku? Anda dikehendaki menyelesaikan masalah ini dengan menggunakan Hukum Penyejukan Newton. Anggap suhu bangunan dikekalkan pada 68 °F. Ambil suhu badan manusia yang hidup sebagai 98 °F .

iii) Terangkan, dengan dibantu oleh lakaran-lakaran ringkas, ungkapan-ungkapan berikut:

(a) titik tetap
(b) titik seimbang stabil
(c) titik seimbang tak stabil

iv) Model sarang labah-labah untuk masalah permintaan-bekalan akan menghasilkan persamaan berikut:

$$q_{2n+1} = \alpha\, q_{2n-1} + \beta$$

dengan

$$\alpha = \frac{m_d}{m_s} \quad , \quad \beta = \frac{b_d - b_s}{m_s}$$

m_d : lereng permintaan
m_s : lereng bekalan
b_d : malar permintaan
b_s : malar bekalan

Dapatkan satu penyelesaian. Apakah nilai q_n untuk pasaran menjadi seimbang?

(100 markah)

2. i) Dapatkan satu splin linear melalui titik-titik

(0, 0), (1, 2), (2, -3), (4, 1)

ii) Apakah jenis data dengan kaedah splin tidak memberi ramalan yang mengyakinkan?

iii) Satu pencocokan data telah menghasilkan model berikut

$f(x; c_0, c_1) = c_0 x^{1/2} + c_1 x^{7/2}$

Mengguna pendekatan gandadua terkecil, dapatkan persamaan untuk c_0 dan c_1 . Tuliskan dalam bentuk matriks.

iv) Cocokkan model y = ax kepada data berikut menggunakan kriteria keseragaman hampiran

x_i	4	9	18
y_i	9	16	35

(100 markah)

3. i) Kebolehan seorang ahli gimnas berkadaran terus terhadap kekuatannya dan berkadaran secara songsang terhadap berat badannya. Satu model untuk kekuatan ialah ianya berkadaran secara terus terhadap luas rentas otot. Anggap semua gimnas serupa secara geometri. Ambil satu panjang cirian. Dari maklumat-maklumat di atas, beri hujah-hujah tentang mengapa secara tipikalnya seorang gimnas itu bersaiz pendek.

ii) Hukum Graviti Universal Newton menyatakan bahawa

$F = G m_1 m_2 / r^2$

dengan F daya antara dua objek dengan jisim m_1 , m_2 dan r adalah jarak antara kedua-dua objek.

(a) Apakah dimensi fizikal untuk G?

(b) Hitungkan dua hasildarab π_1 dan π_2 tak berdimensi dan tunjukkan secara eksplisit bahawa kedua-dua ini memenuhi teorem-π Buckingham.

iii) Pertimbangkan sifir pelarasan pasaran seperti berikut:

Kuantiti	Harga
5	10
3	10
3	18
17/3	18
A	B
C	D

Dapatkan persamaan-persamaan lengkungan bekalan dan permintaan. Daripada sini, dapatkan nilai A, B, C dan D. Beri satu tafsiran tentang apa yang berlaku.

(100 markah)

4. i) Kedai Nasi Kandar Maimunah, yang beroperasi 24 jam, memerlukan bilangan pelayan seperti berikut:

Masa	**Bilangan Minimum Pelayan**
2 pagi - 6 pagi	4
6 pagi - 10 pagi	8
10 pagi - 2 petang	10
2 petang - 6 petang	7
6 petang - 10 malam	12
10 malam - 2 pagi	4

Setiap pelayan bekerja selama lapan jam berturut-turut setiap hari. Tujuan di sini adalah mencari bilangan terkecil pelayan yang memenuhi kehendak di atas. Ungkapkan masalah sebagai satu model pengaturcaraan linear. (Anda tidak perlu menyelesaikannya)

ii) Di beri satu fungsi objektif

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2$$

tertakluk kepada

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ -3x_1 + 2x_2 &\leq 3 \\ 2x_2 &\leq 5 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\leq 0 \end{aligned}$$

Maksimumkan fungsi $f(x_1,x_2)$ dengan menggunakan pendekatan graf. Tunjukkan dengan jelas set tersaur dan titik optimum.

iii) Gunakan kaedah penurunan tercuram untuk meminimumkan fungsi berikut:

$$f(x_1, x_2) = (x_2 - x_1)^2 + (1 - x_1)^2$$

Ambil lima lelaran dan anggap $(x_1, x_2)^{(0)} = (0, 0)$.

(100 markah)

5. i) Apakah yang dimaksudkan dengan model simulasi? Nyatakan keadaan-keadaan yang memerlukan kita mengguna model seperti ini. Beri satu contoh yang sesuai.

ii) Satu model untuk dua spesis yang bekerjasama adalah

$$\frac{dx}{dt} = -2x + 4y$$

$$\frac{dy}{dt} = x - 2y$$

Untuk satu populasi awalan x = 0, y = 300, tentukan ramalan untyk populasi masa kehadapan dan perlihatkan ini secara graf. Apa akan berlaku apabila $t \to \infty$.

iii) Satu komuniti N individu telah terdedak kepada satu penyakit berjangkit yang jarang dijumpai. Pada masa t, komuniti terbahagi kepada tiga: S(t), yang mudah dijangkiti, I(t), kes-kes berjangkit dan Z(t), yang dipencilkan, mati, atau kebal. Andaikan pada awalnya, I(t) dan Z(t) kedua-duanya kecil berbanding dengan S(t). Satu model untuk merebaknya penyakit ini diberi oleh

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(0) I(t)$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta S(0) I(t) - \gamma I(t)$$
$$\frac{dZ}{dt} = \gamma I(t)$$

dengan β dan γ pemalar-pemalar positif yang menghitung masing-masing kadar mereka yang mudah dijangkiti yang kemudiannya mendapat penyakit dan mereka yang dijangkiti yang kemudiannya dipencilkan, mati atau kebal.

(a) Tentukan penyelesaian dalam sebutan-sebutan S(0), I(0) dan Z(0) = N − S(0) − I(0)
(b) Buktikan bahawa jika $\beta S(0) < \gamma$, penyakit ini tidak akan menghasilkan epidemik
(c) Apa akan terjadi jika $\beta S(0) > \gamma$?

(100 markah)

-ooo000ooo-